

Leseprobe aus:

**Ehrhard Behrends**

# Der mathematische Zauberstab



Mehr Informationen zum Buch finden Sie auf [rowohlt.de](http://rowohlt.de).

Ehrhard Behrends

# Der mathematische Zauberstab

Verblüffende Tricks mit Karten und Zahlen

Rowohlt Taschenbuch Verlag

Originalausgabe  
Veröffentlicht im Rowohlt Taschenbuch Verlag,  
Reinbek bei Hamburg, Dezember 2015  
Copyright © 2015 by Rowohlt Verlag GmbH, Reinbek bei Hamburg  
Lektorat Frank Strickstroch  
Umschlaggestaltung ZERO Werbeagentur, München  
Umschlagabbildung FinePic, München  
Satz Utopia PostScript (InDesign) bei  
Dörlemann Satz, Lemförde  
Druck und Bindung GGP Media GmbH, Pößneck, Germany  
ISBN 978 3 499 62902 0

Du mußt verstehn!  
Aus Eins mach' Zehn,  
Und Zwei laß gehn,  
Und Drei mach' gleich,  
So bist Du reich.  
Verlier' die Vier!  
Aus Fünf und Sechs,  
So sagt die Hex',  
Mach' Sieben und Acht,  
So ist's vollbracht:  
Und Neun ist Eins,  
Und Zehn ist keins.  
Das ist das Hexen-Einmaleins!

AUS GOETHES FAUST, HEXENKÜCHE,  
ZEILE 2540 BIS 2552



# Inhaltsverzeichnis

Vorwort	9
Einleitung	11
Lies mich!	17

## 1 Zahlen, bitte 25

1.1 Aus Eins mach' Zehn, und Zwei laß gehn	27
<i>Der 1001-Trick</i>	28
«Magische» Quadrate	32
<i>Die mysteriöse Zahl 1089</i>	41
<i>Ein Zwischenspiel: Tricks mit Karten</i>	46
<i>Das Prinzip des bekannten Abstands</i>	47
<i>Das Geheimnis der 9</i>	53
<i>Der Zauberer als Schnellrechner</i>	58
1.2 ... und nun zaubern Primzahlen	63
<i>Wendekarten</i>	66
<i>Das magische Dreieck</i>	73
<i>Fibonacci zaubert</i>	82

## 2 Kombiniere! 87

2.1 Invarianten: wie ein Fels in der Brandung	89
<i>Invarianten beim Abheben: Partnerschaftsvermittlung</i>	91
<i>Der Hummer-Zaubertrick: die Standardversion</i>	96
<i>Der Hummer-Zaubertrick: Karten finden</i>	105
2.2 Detektivarbeit: Welche Informationen bleiben erhalten?	110
<i>Perfektes Mischen</i>	110
<i>Zwei Joker als Detektiv</i>	112
<i>Rot und Schwarz:</i>	
<i>die Standardvariante des Gilbreath-Tricks</i>	116

<i>Gilbreath II: Information mit Fernwirkung</i>	126
<i>Gilbreath III: die Fortgeschrittenenvariante</i>	130
<i>Gilbreath IV: maximale Information</i>	134
<i>Sie haben die Wahl!</i>	139
<i>Du musst es dreimal sagen!</i>	143
<i>Die wiederhergestellte Ordnung</i>	151
<i>Down under: australisches Ausgeben</i>	156
2.3 Symmetrie	165
<i>Drehen verboten!</i>	165
<i>«Ein Esel lese nie»: Kartenpalindrome</i>	170
<b>3 Optimal verpackte Information: Codierung</b>	187
3.1 Wir starten ...	191
3.2 Gut gelegt ...	199
3.3 Unmöglich!	205
3.4 Informationsnachbereitung: Codierung à la de Bruijn	221
<b>4 Der Zufall zaubert</b>	233
4.1 Was ist das: Wahrscheinlichkeit?	235
4.2 Die große Verbrüderung – der Kruskal-Zaubertrick	241
4.3 Ich gewinne immer!	250
<b>Anhang</b>	257
Das magische Dreieck	259
Intransitivität: Wahrscheinlichkeiten	264
Quellen	267

# Vorwort

---

Haben Sie Lust, beim nächsten Treffen mit Freunden oder bei der nächsten Familienfeier einige überraschende Zaubertricks zu präsentieren? Tricks, für die Sie nicht lange üben müssen, die von niemandem im Publikum durchschaut werden und die garantiert funktionieren?

Zauberei, die auf Mathematik beruht, vereinigt alle diese Vorteile. In diesem Buch finden Sie viele Vorschläge, wie der «zauberhafte» Aspekt dieses Faches eingesetzt werden kann.

Falls Sie zu den Menschen gehören, die nicht nur bewährte Kochrezepte anwenden wollen, sondern auch verstehen möchten, warum die beschriebenen Tricks so funktionieren wie behauptet, werden Sie auch dazu alle wichtigen Informationen finden. Die zugehörige Mathematik wird in allen Fällen ausführlich erläutert.

Ich würde mich freuen, wenn dieses Buch Ihr Interesse für die Zauberei oder für die Mathematik – vielleicht sogar für beides – wecken oder, falls schon vorhanden, vertiefen kann.

*Ehrhard Behrends  
Berlin, im Juli 2015*





# Einleitung

---

Die Zauberei ist eine eigene Welt. Tausende sind ihr verfallen. Sie sind in Vereinen organisiert (hierzulande zum Beispiel in vielen regionalen Vereinigungen unter dem Dachverband des Magischen Zirkels von Deutschland; <http://www.mzvd.de/>). Es gibt Meisterchaften und regelmäßig erscheinende Fachzeitschriften. Perfektion und Originalität der «Africanados» haben naturgemäß eine große Variationsbreite.

Da bekanntlich niemand wirklich zaubern kann, muss die Illusion, dass gerade etwas Unmögliches passiert, anders erzeugt werden. In der klassischen Zauberkunst spielen deshalb Fingerfertigkeit und vorbereitete Hilfsmittel eine große Rolle: Falsche Übergabe einer Münze (sie wandert in Wirklichkeit nicht in die andere Hand), Kästen mit versteckten Schubladen, unauffälliges Verbergen einer Münze oder einer Spielkarte in der Hand (sogenanntes Palmieren) und vieles mehr.

In diesem Buch wird die Hauptarbeit von der Mathematik geleistet. Das ist möglich, weil mit dem richtigen mathematischen Hintergrund manchmal Strukturen und Informationen in Situationen aufgedeckt werden können, in denen nicht Eingeweihte Voraussagen gar nicht für möglich halten. Zum Beispiel:

- Jemand denkt sich eine Zahl, mit der gewisse Manipulationen vorgenommen werden: Reihenfolge der Ziffern vertauschen, Additionen, Multiplikationen usw. Und unabhängig von der gedachten Zahl kann das Ergebnis vorausgesagt werden.
- Ein Kartenspiel wird gemischt, scheinbar ist die Reihenfolge der Karten unvorhersehbar durcheinandergebracht. Trotzdem kann die Stelle bestimmt werden, an der sich eine vorher ausgewählte Karte befindet.

Schon seit Jahren finde ich diesen Aspekt der Mathematik faszinierend. Natürlich versuche ich, nach und nach auch die «klassischen» Bereiche der Zauberei zu lernen, doch wird es sicher noch eine Weile dauern, bis ich – zum Beispiel – das Zerschneiden und Wiederzusammenfügen von Seilen oder das unvorhergesehene Umfärben von Seidentüchern in meine Programme aufnehmen möchte.

Manche, die an die Mathematik ihrer Schulzeit nicht so positive Erinnerungen haben, werden vielleicht befürchten, dass sie sich hier durch viel Theorie hindurcharbeiten müssen, bevor richtig gezaubert wird. Für die gibt es eine Entwarnung: Man kann das vorliegende Buch auch als ganz gewöhnliche Zauberanleitung lesen. Es wird ausführlich beschrieben, was zu tun ist, damit der Trick funktioniert. Und wenn man den einfachen Anleitungen folgt, wird auch alles klappen.

Ich hege allerdings die Hoffnung, dass es viele Leserinnen und Leser gibt, die wissen möchten, warum ein spezieller Trick eigentlich funktioniert. Für sie gibt es ausführliche mathematische Erläuterungen.

Dabei wird es an keiner Stelle wirklich schwierig. Wer sich noch an einige wichtige Begriffe des Schulstoffs erinnert, sollte keine Probleme haben: Wie multipliziert man schriftlich zwei dreistellige Zahlen? Was sind Teiler einer Zahl? Was ist eine Primzahl?

Deshalb kann man das Buch auch als Einladung verstehen, einige interessante und wichtige Aspekte der Mathematik kennenzulernen: Wie beherrschen Mathematiker die Unendlichkeit durch Induktion? Warum sind Reste beim Teilen wichtig? Was ist Codierung? Wie gehen Mathematiker mit Wahrscheinlichkeiten um?

Das Buch beginnt mit einem vorbereitenden Abschnitt, in dem einige Grundbegriffe erklärt werden. Man kann ihn sofort lesen oder sich erst dann darum kümmern, wenn die entsprechenden Erläuterungen bei einem der Tricks erforderlich werden. Dann gibt es *vier Kapitel*, in denen Zaubertricks präsentiert werden. Ihr mathematischer Hintergrund ist sehr unterschiedlich:

- In Kapitel 1 («Zahlen, bitte») werden Tricks beschrieben, die auf Zahlen beruhen. Es gibt eine sehr einfache und eine etwas anspruchsvollere Abteilung. In der ersten wird bis auf wenige Ausnahmen nur an Kenntnisse aus der Grundschulzeit appelliert, bei der zweiten spielen Primzahlen und einige ihrer überraschenden Eigenschaften eine wichtige Rolle.
- In Kapitel 2 («Kombiniere!») kommen Zahlen nicht mehr vor. Es geht vielmehr darum zu analysieren, welche Informationen beim scheinbar hoffnungslosen Durcheinanderbringen von Objekten erhalten bleiben. Da man das mit verschiedenen Mischtechniken bei Karten sehr gut anwenden kann, wird es überwiegend um Kartentricks gehen.

Je nachdem, welche Ausgangsinformation die Hauptrolle spielt, sind die Schwerpunkte der Unterkapitel verschieden: Invarianten (welche Eigenschaften bleiben beim Mischen unverändert?), Detektivarbeit (was lässt sich voraussagen, wenn man sich ein bisschen mehr anstrengt?) und Symmetrie (wie lässt es sich ausnutzen, dass das Kartenspiel vor dem Mischen eine gewisse Symmetrieeigenschaft hat?).

- Die Grundidee von Kapitel 3 («Codierung») besteht darin, Informationen so zu verschlüsseln, dass sie für die Zuschauer nicht erkennbar sind. Hier gibt es einige einfache Tricks, bei anderen wiederum ist der intellektuelle Aufwand für die Vorführenden (die Zauberer und die Helfer) aber nicht unerheblich.

- Grundlage des letzten Kapitels, Kapitel 4 («Der Zufall zaubert»), ist die Wahrscheinlichkeitsrechnung. Es gibt in diesem Gebiet viele überraschende Phänomene (sogenannte Paradoxien). Das liegt daran, dass uns die Evolution recht schlecht darauf vorbereitet hat, mit Wahrscheinlichkeiten richtig umgehen zu können.

Einige werden hier für Zaubertricks ausgenutzt. Es soll allerdings nicht verschwiegen werden, dass es dabei mitunter auch einmal schiefgehen kann, dass also der gewünschte Effekt nicht eintritt. Die Wahrscheinlichkeit dafür ist minimal, aber es liegt nun einmal im Wesen des Zufalls, dass absolute Sicherheit nicht zu erreichen ist.

Es gibt dann noch zwei Anhänge, in denen sich Interessenten um Einzelheiten von zwei Tricks mit einem etwas anspruchsvolleren mathematischen Hintergrund kümmern können, und am Schluss folgen dann ausgewählte Literaturempfehlungen. Da findet man Bücher, die für mich bei der Vorbereitung wichtig waren, allgemeine Empfehlungen und Links (mit QR-Code zum einfacheren Finden) zu eigenen Artikeln zum Thema «Zaubern».

Wie bei allen etwas anspruchsvolleren menschlichen Beschäftigungen reicht es nicht, ein Buch zu lesen. Niemand lernt allein dadurch Klavier spielen, Judo oder Segeln, ja nicht einmal Schnürsenkel binden. Das gilt auch für die Zauberei. Wie so oft, macht auch hier die Übung den Meister. Probieren Sie die Tricks immer wieder, zunächst auch ganz allein, und treten Sie erst dann vor Ihr Publikum, wenn es wirklich flüssig klappt.

Es gibt noch einen weiteren Aspekt, an dem man immer weiter feilen kann. Mit Zaubertricks ist es nämlich wie mit Geschenken: Die Verpackung spielt eine ganz wichtige Rolle. Im Buch findet man viele Hinweise dazu, es ist aber beliebig viel Platz für eigene

Kreativität und eigene Variationen. Und man muss auch wissen, was man *nicht* machen sollte: Verraten Sie nie (wirklich nie!) nach der Vorführung, wie der gerade gezeigte Trick funktioniert. Das Publikum würde bestimmt eher enttäuscht als beeindruckt sein.

Abschließend noch ein Wort an Sie, liebe Leserinnen. In vielen Bereichen wird es heute als notwendig erachtet, die Gleichberechtigung zwischen Männern und Frauen stets auch sprachlich umzusetzen. Ich habe davon Abstand genommen, da mir Formulierungen wie «Der Zauberer oder die Zauberin» oder «Der Zuschauer oder die Zuschauerin» (wahlweise auch «Der/die Zauberer/in» oder Der/die ZuschauerIn) sehr schwerfällig vorkommen. Meine Wertschätzung für weibliche Zauber-Interessierte ist genau so groß wie für männliche. Mehr noch: Zurzeit ist die Zauberei eher von Männern dominiert, es gibt nur verschwindend wenige Zauberinnen, Frauen findet man fast nur als «charmante Assistentinnen». Ich fände es sehr gut, wenn sich das durch dieses Buch ändern könnte.

PS: Einige Danksagungen sind mir auch noch wichtig. Da sind zunächst die Studierenden meines Proseminars «Mathematik und Zaubern» an der Freien Universität Berlin. Grundlage dieser Veranstaltung war eine erste Rohfassung dieses Buches, und durch die Vorträge der Teilnehmer gab es viele Anregungen. Ich danke auch den Mitgliedern der «Berliner Zauberfreunde». In diesem Verein konnte ich viele meiner Tricks vorführen und Vorschläge für die Präsentation sammeln. Schließlich möchte ich auch Herrn Dr. Marco Sarich erwähnen, der mich dankenswerterweise bei der Zusammenstellung der Fotos unterstützt hat.



# Lies mich!

---

Man kann dieses Buch quasi an jeder Stelle beginnen, denn die behandelten Themen bauen bis auf wenige Ausnahmen nicht aufeinander auf. Die wichtigsten Bezeichnungen und Begriffe sollen aber nicht immer wieder neu erklärt werden, sie sind an einer Stelle – nämlich hier – gesammelt. Sie können sich diesen Abschnitt aber auch später vornehmen: erst dann, wenn die hier gesammelten Themen bei einem für Sie interessanten Trick eine Rolle spielen.

Hier das Wichtigste über *Spielkarten*, die wir sehr oft verwenden werden<sup>1)</sup>:

## Die Karten

Es ist für so gut wie alle Tricks egal, welche Spielkarten verwendet werden: französisches Blatt, deutsches Blatt, das Werbekartenspiel eines großen Möbelhauses. Eine Ausnahme gibt es nur in Abschnitt 2.3, da spielt die Symmetrie der verwendeten Karten eine wichtige Rolle, und das deutsche Blatt wird dafür ungeeignet sein.





In Geschäften für Zauberzubehör kann man auch besonders große Karten kaufen. Diese Investition lohnt sich, besonders, wenn man öfter als Zauberer auftreten möchte.

Meist ist es auch egal, ob Skatspiele mit 32 Karten oder Bridge-spiele mit 52 Karten verwendet werden, ein vollständiges Spiel wird fast nie benötigt.

1) Warum ausgerechnet Spielkarten in der Zauberei eine Rolle spielen, steht auf Seite 46.



### Wie stellen wir Karten dar?

Um Kartentricks zu erläutern, müssen die Spielkarten irgendwie bezeichnet werden. Wir verwenden im Text die Symbole , ,  und  für Kreuz, Pik, Herz und Karo, und wenn wir uns auf eine spezielle Karte beziehen, wird das durch einen angehängten Buchstaben oder eine angehängte Zahl ausgedrückt: Nachstehend sehen wir Pik 8, Herz Bube, Kreuz Dame, Karo König, Pik Ass:

 8,  B,  D,  K,  A.

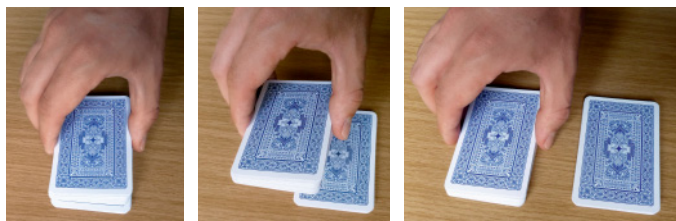
Für die Erklärungen wird es auch wichtig sein, dass man ausdrücken kann, wie die Karten in einem Kartenstapel liegen. Wenn nichts anderes gesagt ist, zeigen alle Karten mit dem Rücken nach oben, und links liegt die oberste Karte des Stapels.

### Mischen I: Abheben

Karten kann man auf viele verschiedene Weisen durcheinanderbringen. Hier wollen wir uns auf einige Vokabeln verständigen.

Bei einigen Vorführungen habe ich die Erfahrung gemacht, dass es Zuschauer gibt, die sich unter dem Wort «Abheben» nichts vorstellen können. Deswegen hier eine Erinnerung:

- Man hat einen Kartenstapel. Er kann auf dem Tisch liegen oder in der Hand gehalten werden, üblicherweise zeigen die Bildseiten nach unten.
- Dann wird ein Teil des Stapels hochgehoben («abgehoben»). Liegt der Rest in der Hand, wird der abgehobene Stapel daruntergelegt. Lag der Stapel allerdings auf dem Tisch, werden die abgehobenen Karten danebengelegt und die restlichen werden darauf gepackt.



*Einige Karten abnehmen und danebenlegen.*

Wie viele Karten abgehoben werden, ist dem Zufall überlassen. In vielen Fällen ist es sinnvoll, in etwa die Hälfte des Stapels abzuheben.

Beim Abheben bleiben überraschend viele Informationen über den Kartensapel erhalten, darauf beruht zum Beispiel der erste Trick aus Abschnitt 2.1. Doch zum Glück wissen das die meisten der Zuschauer nicht.

In seltenen Fällen hat «abheben» eine etwas andere Bedeutung. Da bedeutet es nur, dass von einem Stapel einige Karten hochgenommen und daneben gelegt werden. (Sodass es also zwei Stapel gibt).

### Mischen 2: Riffle Shuffle

«Riffle Shuffle» ist das, was man sich als Laie als die Profi-Methode zum Mischen eines Kartenspiels vorstellt; man sieht sie oft in Filmen.

Sie geht so:

- Teile den Stapel ungefähr in der Mitte.
- Lege die Teilstapel so, wie im nachstehenden Bild gezeigt, aneinander; die Daumen heben sie leicht an.
- Lasse die Karten «ineinanderschnurren».



*Riffle Shuffle.*

- Schiebe sie dann zu einem Kartenstapel zusammen.

Mehrfache Anwendung des Riffle Shuffle bringt ein Kartenspiel wirklich perfekt durcheinander. Wenn man es aber nur einmal macht, weiß man immer noch eine Menge, und darauf beruht einer der interessantesten Tricks: Es ist eigentlich eine ganze Familie von Tricks, sie werden in Kapitel 2 ausführlich besprochen.

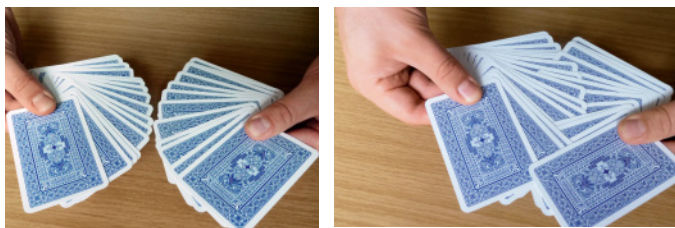
Es sollte erwähnt werden, dass manche Profi-Spieler und manche Profi-Zauberer in der Lage sind, dieses Mischen so durchzuführen, dass der Kartenstapel zuerst exakt in der Mitte geteilt wird und der anschließende Riffle Shuffle dazu führt, dass sich die Karten aus den Teilstapeln exakt abwechseln: je einer aus dem linken und dem rechten Teilstapel. Wenn man das kann, sind interessante Tricks möglich. Ich kann es nicht, und die allermeisten Leser werden diese Perfektion wahrscheinlich auch nie erreichen. Deswegen werden wir diese perfekte Variante des Riffle Shuffle auch nicht voraussetzen.

Sehr gern hätte ich «Riffle Shuffle» durch eine deutsche Bezeichnung ersetzt. Wikipedia bietet «Bogenmischen» an, doch das scheint mir auch keine gut passende Bezeichnung zu sein. (Das zugehörige Verb wird in diesem Buch «Rifflemischen» sein.)

Manchmal gibt es im Publikum niemanden, der diese Art des Mischens beherrscht. Dann kann man sich gleichwertig mit

der folgenden *Notlösung* behelfen, die man als *Fächermischen* bezeichnen könnte:

- Teile den Stapel in zwei Teilstapel.
- Verbreitere beide Teilstapel durch Auffächern, und zwar beide nach vorne (oder beide nach hinten).
- Drücke die aufgefächerten Teilstapel nach Belieben ineinander.



*Fächermischen.*

- Schiebe alles wieder zu einem einzigen Stapel zusammen.

Das ist genauso gut wie ein Riffle Shuffle, aber viel leichter durchzuführen.

Weitere Mischmethoden werden im Text beschrieben.

### Einige technische Tipps

Für manche Tricks ist es günstig, einige Methoden aus dem riesigen Reservoir der Zauberei zu kennen, um die auf Mathematik beruhenden Tricks wirkungsvoller vorführen zu können. Zwei Beispiele:

- Sie haben ein Kartenspiel sehr sorgfältig vorbereitet, und für den Trick ist es auch wichtig, dass diese Reihenfolge erhalten bleibt. Damit die Zuschauer nicht misstrauisch werden, wäre es günstig, einen Mischvorgang zu kennen, der wie wirk-

liches Mischen aussieht, die Reihenfolge in Wirklichkeit aber nicht ändert.

- Für Ihren Trick ist es wichtig, dass die unterste Karte eines Spiels nach oben kommt. Trotzdem soll es wie richtiges Mischen aussehen.

Hier folgen einige Vorschläge, die einfach auszuführen sind.

*Die unterste Karte bleibt beim «Mischen» unten:*

Der zu mischende Stapel kommt in die linke Hand. Im ersten Schritt werden nun einige Karten von oben und von unten mit der rechten Hand abgezogen, sie bleiben in der rechten Hand. Wichtig ist dabei, dass mindestens eine von unten abgezogen wird. Und danach werden die in der linken Hand verbleibenden Karten in mehreren Schritten in die rechte Hand gegeben: ein kleiner Teilstapel von oben, dann noch einer usw., bis alle Karten in der rechten Hand sind.

Das kann man mehrfach und quasi beiläufig machen, während man den Trick ankündigt.

*Die unterste Karte kommt nach oben:*

Das ist einfach. Man sagt: «Wie viele Karten sind es eigentlich?» Dann werden die Karten einzeln auf den Tisch geblättert.

*Falsches Abheben:*

Diese «Mischmethode» erweckt den Anschein, als ob die Karten danach durcheinandergebracht sind. In Wirklichkeit ist die Reihenfolge genau so wie vorher. Es geht so:

- Der Stapel kommt in die linke Hand. Die rechte zerteilt ihn in drei etwa gleich große Teilstapel und legt sie von rechts nach links auf den Tisch.

- Nun nimmt die linke den mittleren Stapel auf. Danach legt die rechte den rechten Teilstapel obendrauf, und zum Schluss platziert die linke beide auf den letzten (den linken) auf dem Tisch liegenden Teilstapel.

Dadurch, dass sich linke und rechte Hand abwechseln, wird niemand merken, dass sich eigentlich nichts verändert hat.

Die Idee lässt sich dadurch verfeinern, dass man mehr als drei Teilstapel auf den Tisch legt. Wichtig ist nur, dass beim Aufnehmen die ursprüngliche Reihenfolge wiederhergestellt wird und dass – zur Verschleierung – beide Hände beteiligt sind. Hat man etwa 4 Teilstapel von rechts nach links ausgelegt, könnte es so gehen: linke Hand nimmt Stapel 3 auf; rechte Hand legt Stapel 2 obendrauf; linke Hand legt alles auf Stapel 4; rechte Hand legt Stapel 1 auf die bisher zusammengelegten Teilstapel.