

Kompetenzen testen

Mathematik



6

Stärken

Schwächen

Selbstständig durch Selbsteinschätzung

**Selbsteinschätzungsbogen
zu jedem Themenblock
Regeln im Überblick**



Lernen mit Erfolg

KOHL VERLAG

Kompetenzen testen MATHEMATIK

6. Schuljahr

2. Digitalauflage 2016

© Kohl-Verlag, Kerpen 2013
Alle Rechte vorbehalten.

Inhalt: Jutta Stecker

Umschlagbild: © JiSIGN & Picture-Factory - Fotolia.com

Grafik & Satz: Kohl-Verlag

Bestell-Nr. P11 455

ISBN: 978-3-95513-872-1

www.kohlverlag.de

© Kohl-Verlag, Kerpen 2016. Alle Rechte vorbehalten.

Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt und unterliegen dem deutschen Urheberrecht. Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages (§ 52 a Urhg). Weder das Werk als Ganzes noch seine Teile dürfen ohne Einwilligung des Verlages eingescannt, an Dritte weitergeleitet, in ein Netzwerk wie Internet oder Intranet eingestellt oder öffentlich zugänglich gemacht werden. Dies gilt auch bei einer entsprechenden Nutzung in Schulen, Hochschulen, Universitäten, Seminaren und sonstigen Einrichtungen für Lehr- und Unterrichtszwecke.

Der Erwerber dieses Werkes in PDF-Format ist berechtigt, das Werk als Ganzes oder in seinen Teilen für den Gebrauch und den Einsatz zur Verwendung im eigenen Unterricht wie folgt zu nutzen:

- Die einzelnen Seiten des Werkes dürfen als Arbeitsblätter oder Folien lediglich in Klassenstärke vervielfältigt werden zur Verwendung im Einsatz des selbst gehaltenen Unterrichts.
- Einzelne Arbeitsblätter dürfen Schülern für Referate zur Verfügung gestellt und im eigenen Unterricht zu Vortragszwecken verwendet werden.
- Während des eigenen Unterrichts gemeinsam mit den Schülern mit verschiedenen Medien, z.B. am Computer, via Beamer oder Tablet das Werk in nicht veränderter PDF-Form zu zeigen bzw. zu erarbeiten.

Jeder weitere kommerzielle Gebrauch oder die Weitergabe an Dritte, auch an andere Lehrpersonen oder pädagogischen Fachkräfte mit eigenem Unterrichts- bzw. Lehrauftrag ist nicht gestattet. Jede Verwertung außerhalb des eigenen Unterrichts und der Grenzen des Urheberrechts bedarf der vorherigen schriftlichen Zustimmung des Verlages. Der Kohl-Verlag übernimmt keine Verantwortung für die Inhalte externer Links oder fremder Homepages. Jegliche Haftung für direkte oder indirekte Schäden aus Informationen dieser Quellen wird nicht übernommen.

Inhalt

Vorwort	4
• Selbsteinschätzung zu den Themen „Teilbarkeit“ und „Primfaktorzerlegung“	5 - 23
Revision zum Thema „Teilbarkeit“	
Revision zum Thema „Primfaktorzerlegung“	
Übungen zu den Themen „Teilbarkeit“ und „Primfaktorzerlegung“	
• Selbsteinschätzung „Geometrie“	24 - 31
Revision zum Thema „Geometrie“	
Übungen zum Thema „Geometrie“	
• Selbsteinschätzung „Bruchzahlen“	32 - 41
Revision zum Thema „Bruchzahlen“	
Übungen zum Thema „Bruchzahlen“	
• Selbsteinschätzung „Bruchrechnung“	42 - 55
Revision zum Thema „Bruchrechnung“	
Übungen zum Thema „Bruchrechnung“	
• Selbsteinschätzung „Dezimalzahlen“	56 - 73
Revision zum Thema „Dezimalzahlen“	
Übungen zum Thema „Dezimalzahlen“	
• Selbsteinschätzung „Wiederholung Klasse 6“	74 - 77
Ausführliche Lösungen zu den Selbsteinschätzungen	
Ausführliche Lösungen zu den Revisionen und zum Wissenstest	
• Anhang:	
Portfolio-Deckblatt	78
Übersicht zum Bestellen der Übungsblätter	79

Vorwort

Mit Hilfe dieses Heftes können Ihre Schülerinnen und Schüler (im Folgenden als Schüler bezeichnet) noch leichter selbstständig arbeiten, ihren Lernstand einschätzen und individuell Defizite aufarbeiten. Und

Selbstständig durch einschätzung

so geht es: Nach Erlernen der Unterrichtsinhalte erarbeiten die Schüler (im Unterricht oder zu Hause) den Selbsteinschätzungsbogen. Anfangs können Sie diesen einsammeln und nachsehen, bei häufigem Einsatz ist es das Ziel, dass die Schüler damit selbstständig umzugehen lernen. Möchten Sie einen Überblick über die Leistungen der Klasse erhalten, können Sie die Kopiervorlage, die für die Schüler zur „Bestellung“ von geeignetem Förder- und Fordermaterial gedacht ist, auch als Übersicht verwenden.

Für die Arbeit mit den Selbsteinschätzungsbögen legen die Schüler am besten einen separaten Hefter an, der wie ein Portfolio zur Dokumentation des Leistungsfortschritts dient. Hier werden alle Blätter und Übungen gesammelt. Dies hat zudem den Vorteil, dass Sie gegebenenfalls die Möglichkeit haben, bei schwachen Leistungen oder zur Festlegung einer Note diesen von einzelnen oder allen Schülern einzusammeln und durchzusehen. Im Anhang finden Sie eine Kopiervorlage für ein Portfolio-Deckblatt, das die Schüler individuell ausfüllen (Namen, Themen, Probleme, ich bin fit, bearbeitetes Material).

Jeder **Selbsteinschätzungsbogen** besteht aus einer ersten Spalte mit Aufgaben, die die Schüler auf einem Blatt oder im Heft lösen. Die Lösungen der Aufgaben sind unten auf dem Blatt zur Kontrolle aufgeführt, allerdings nicht in der richtigen Reihenfolge, um Schummeln vorzubeugen. Sie können auch vorm Kopieren weggeknickt werden, sodass die Lösungen nicht zur Verfügung stehen. Dann sollten die Aufgaben im Unterricht besprochen oder anderweitig kontrolliert werden. In der 2. Spalte steht das Thema, in der dritten beurteilen die Schüler mit ein bis vier Sternen, wie gut sie mit den Aufgaben zurechtkamen. Dabei sollen sie nicht nur die Richtigkeit, sondern auch die Sicherheit und das Arbeitstempo berücksichtigen. Sind sie noch nicht hinreichend fit, wird weiter geübt. Hierzu gibt es in den folgenden Spalten Hinweise auf die Übungsseiten im Heft und auf Online-Übungen in www.realmath.de sowie die Möglichkeit für Sie, auf entsprechende Seiten im Lehrwerk hinzuweisen (vorm Kopieren eintragen). Auch gute Schüler können weiter gefordert werden, hierzu steht Material mit schwierigeren Aufgaben zur Verfügung (mit * gekennzeichnet). Es liegt in Ihrem Ermessen, dies einzufordern oder freizustellen. Auf dem Bestellbogen (Anhang) können die Schüler ihren Namen eintragen und die Themen, an denen sie weiter arbeiten möchten (mit Angabe der *, damit der Lehrer weiß, ob er Förder- oder Forderaufgaben zur Verfügung stellen soll.)

Die zu jedem Thema angebotene **Revision** eignet sich, wenn grundlegende Probleme vorherrschen und wesentliche Inhalte in mehreren Bereichen aufgearbeitet werden müssen.

Sollen spezielle Probleme beseitigt werden, stehen zu einzelnen Themen **Übungen** zur Verfügung. Sie können den Schülern diese als Lernkartei ausleihen. Dazu können Sie das Blatt kopieren und geknickt laminieren, sodass die Lösungen auf der Rückseite erscheinen. Eine erste Selbstkontrollmöglichkeit ist in der Regel schon auf dem oberen Übungsteil enthalten, der auch separat kopiert werden kann. Die Übungen eignen sich in der Regel für schwächere Schüler zur Beseitigung der Defizite. Mit * gekennzeichnete Übungen sind als Fordermaterial für bessere Schüler gedacht. (*) bedeutet, dass die Übung sowohl für schwächere als auch für bessere Schüler eingesetzt werden kann (z.T. differenzierte Aufgabenstellungen).

Wenn im Unterricht Zeit zum Üben zur Verfügung gestellt wird, eignen sich auch die **Tandems** zur mündlichen Partnerarbeit aus der Reihe *Kohls Mathe-Tandem* und *Kohls Mathe-Tandem Geometrie*. Die Schüler suchen sich dann einen Partner, mit dem sie ein gemeinsames Thema bearbeiten wollen, und wählen dann das entsprechende Tandem aus. Die Arbeitszeit beträgt 5 bis maximal 10 Minuten.

Ihnen und Ihren Schülerinnen und Schülern wünsche ich viel Erfolg beim Einsatz im Unterricht!

Jutta Stecker

Ganz herzlich danken möchte ich Andreas Meier, der mir gestattet hat, auf seine vielseitigen und nach meinen Erfahrungen für Schüler sehr motivierenden kostenlosen Online-Übungen im Internet unter www.realmath.de hinzuweisen und Screenshots in meinem Werk einzubinden, was mir viel Arbeit vor allem bei der Erstellung von Zahlenstrahlen und Diagrammen erspart hat!!!

Mein Dank geht auch an Alfred Bergkemper, der mir erlaubt hat, auf sein großartiges Arbeitsblattangebot in seiner kostenlosen Tauschbörse im Internet (www.tb-u.de) hinzuweisen.

Teilbarkeit: Selbsteinschätzung von

Bearbeite die Aufgaben und lies dir durch, welche Kompetenz hier gefragt war. Beurteile deine Fähigkeiten in der dritten Spalte mit Sternchen:

Die Lösung fällt dir leicht (****), du kriegst es ganz gut hin (***), du kriegst es ganz gut hin (***) oder gar nicht (*) lösen? In den letzten Spalten findest du Hinweise auf Übungsmaterial! Notiere dir, was du wann gemacht hast, um Probleme aufzuarbeiten!

Aufgabe:	Kompetenz: Ich kann...	Buch:	Material:
1. Richtig oder falsch? a) 24 100; b) 4 16; c) 9 54; d) 7 437	...erkennen, ob eine Zahl Teiler einer anderen Zahl ist		www.realmath.de Mathematik 5./6.Klasse • Klasse 5: Was ist ein Teiler?
2. Setze oder ! ein! 2□324; 4□93; 5□9200; 3□9243; 9□2439; 25□1755	...für große Zahlen die Teilbarkeitsregeln anwenden		• Klasse 5: Durch 2; 4; 5; 3; 9 teilbar • Klasse 5: Ergänze eine Ziffer
3. Setze die kleinstmögliche Ziffer ein! 6 32□; 18 93□; 24 2□24	... Zusammengesetzte Teilbarkeitsregeln anwenden		• Klasse 5: Ergänze eine Ziffer • Klasse 5: Durch 6 teilbar
4. Gib die Teilermenge dieser Zahlen an! a) 24; b) 37; c) 100; d) 56	... die Teilermenge einer Zahl angeben		• Klasse 5: Teilermenge Level1/2/Profis
5. Gib die Vielfachenmenge (jeweils die ersten 6 Zahlen) an! a) 7; b) 12; c) 29	... die Vielfachenmenge einer Zahl angeben		• Klasse 5: Was ist ein Vielfaches
6. Gib den größten gemeinsamen Teiler an! ggT(12;36); ggT(48;18); ggT(45;105); ggT(27;63); ggT(2;4;12); ggT(9;12;21)	... den größten gemeinsamen Teiler von zwei oder mehr Zahlen angeben		• Klasse 5: ggT zweier Zahlen • Klasse 6: ggT
7. Gib das kleinste gemeinsame Vielfache an! kgV(3;7); kgV(12;18); kgV(12;15); kgV(8;12); kgV(3;6;12); kgV(6;9;15)	... das kleinste gemeinsame Vielfache von zwei oder mehr Zahlen angeben		• Klasse 6: Grundwissen: ggT • Klasse 5: kgV zweier Zahlen • Klasse 6: kgV • Klasse 6: Grundwissen: kgV

Lösungen 2mal richtig, 2mal falsch, 4mal |, 2mal !; Ziffern und Zahlen von Nr. 3, 5 und 7: 2; 3; 4; 6; 9; 12; 15; 21; 24; 36; 60; 90; Teiler- und Vielfachenmengen:
zur Kontrolle: {1; 37}; {1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24}; {1; 2; 4; 5; 10; 20; 25; 50; 100}; {1; 2; 4; 7; 8; 14; 28; 56}; {7; 14; 21; 28; 35; 42,...}; {12; 24; 36; 48; 60; 72,...}; {29; 58; 87; 116; 145; 174,...}

Primfaktoren: Selbsteinschätzung von

Bearbeite die Aufgaben und lies dir durch, welche Kompetenz hier gefragt war. Beurteile deine Fähigkeiten in der dritten Spalte mit Sternchen:

Die Lösung fällt dir leicht (***), du kriegst es ganz gut hin (***), du kriegst es ganz gut hin (***) oder gar nicht (*) lösen? In den letzten Spalten findest du Hinweise auf Übungsmaterial! Notiere dir, was du wann gemacht hast, um Probleme aufzuarbeiten!

Aufgabe:	Kompetenz: Ich kann...	Buch:	Material:
8. Welches sind Primzahlen? 37; 97; 927	... Primzahlen erkennen		www.realmath.de Mathematik 5. Klasse • Finde die Primzahlen
9. Zerlege die Zahl in ihre Primfaktoren! a) 36; b) 84; c) 72; d) 320	Primfaktorzerlegung einer Zahl angeben		• Leider keine Übungen in realmath
10. Bestimme ggT und kgV mit Primfaktorzerlegung a) von 76 und 320; b) von 36 und 84 c) von 36, 72 und 320	ggT und kgV durch Primfaktorzerlegung bestimmen		• Leider keine Übungen in realmath

Lösungen zur Kontrolle: 1) 2 Primzahlen; 2) So oft kommen die Faktoren insgesamt vor: 13mal 2; 5mal 3; je 1mal 5 und 7; 3) 4; 4; 12; 252; 2880; 6080

Teiler/Teilmenge:

21:7 ist eine Aufgabe, die ohne Rest lösbar ist. Deshalb ist 7 ein **Teiler** von 21. Man schreibt: **7|21** (7 teilt 21).
21:2 ist nicht ohne Rest lösbar. Deshalb ist 2 **kein Teiler** von 21. Man schreibt: **2∤21** (2 teilt nicht 21).
Achte auf die Formulierungen und verwechsle nicht: 21 ist durch 7 teilbar. 7 ist Teiler von 21 oder 7 teilt 21.
Alle Teiler einer Zahl schreibt man der Größe nach geordnet in die **Teilmenge**: $T_{21} = \{1; 3; 7; 21\}$.

Aufgabe 1) Setze | oder ∤ ein: $4 \square 125$; $7 \square 84$; $16 \square 96$; **Aufgabe 2)** Gib die Teilmengen an: T_{54} ; T_{48}

Vielfache/Vielfachenmenge:

Wenn 7 ein Teiler von 21 ist, sagt man umgekehrt: 21 ist ein **Vielfaches** von 7.
Jede Zahl hat unendlich viele Vielfache, deshalb schreibt man die **Vielfachenmenge** so: $V_7 = \{7; 14; 21; 28; \dots\}$

Aufgabe 3) Gib die Vielfachenmengen mit den ersten 10 Vielfachen an: V_9 ; V_{18} ; V_{37}

Zerlegungsregel:

Regel: Um zu prüfen, ob eine Zahl eine größere Zahl teilt, zerlege die größere Zahl in Summanden.
Ist **jeder Summand** durch eine bestimmte Zahl teilbar, so ist auch die Summe durch diese Zahl teilbar.
Ist **jeder Summand außer einem** durch eine Zahl teilbar, so ist die Summe nicht durch diese Zahl teilbar.
Ob eine Zahl Teiler einer anderen Zahl ist, prüft man mit der Zerlegungsregel:

Beispiel: Ist 6 Teiler von 1268? Versuche, 1268 in Summanden zu zerlegen, die alle durch 6 teilbar sind:
 $1268 = 1200 + 60 + 8$. Man erkennt: 6 ist Teiler von 1200 und von 60, aber nicht von 8. 6 teilt nicht 1268.

Hinweis: Es nutzt nichts, wenn mehrere Summanden nicht durch eine bestimmte Zahl teilbar sind!

Aufgabe 4) Richtig oder falsch? $3|396$; $4|274$; $75|875$; $13|650143$; $15|1535$; $12|4896$; $34|13668$; $7|21787$

Teilbarkeitsregeln: Für bestimmte Zahlen gibt es Teilbarkeitsregeln:

Endstellenregel:

Ist die letzte Ziffer einer Zahl eine 0, so ist die Zahl durch 10 teilbar.
Ist die letzte Ziffer einer Zahl eine 0 oder 5, so ist die Zahl durch 5 teilbar.
Ist die letzte Ziffer eine 0, 2, 4, 6 oder 8, so ist die Zahl durch 2 teilbar. (Diese Zahlen heißen gerade Zahlen)
Sind die beiden letzten Ziffern einer Zahl durch 4 teilbar, so ist die Zahl selbst auch durch 4 teilbar.
An den beiden letzten Ziffern erkennt man auch die Teilbarkeit durch: 20; 25; 50 und 100.
Sind die drei letzten Ziffern einer Zahl durch 8 teilbar, so ist auch die Zahl selbst durch 8 teilbar.
An den drei letzten Ziffern erkennt man auch die Teilbarkeit durch: 125; 250; 500; 1000.

Quersummenregel: (Die Quersumme einer Zahl erhält man durch Addition der einzelnen Ziffern!)

Ist die Quersumme einer Zahl durch 3 teilbar, so ist auch die Zahl selbst durch 3 teilbar.
Ist die Quersumme einer Zahl durch 9 teilbar, so ist auch die Zahl selbst durch 9 teilbar.

Aufgabe 5) Setze | oder ∤ ein: $4 \square 3564$; $3 \square 5184$; $25 \square 3255$; $9 \square 86940$; $5 \square 35920$; $8 \square 12592$

(*) Zusammengesetzte Teilbarkeitsregeln für teilerfremde Zahlen:

Für zwei teilerfremde Zahlen (das sind Zahlen, die außer der 1 keine gemeinsamen Teiler haben) gilt:
Ist eine Zahl durch zwei teilerfremde Zahlen teilbar, so ist sie auch durch ihr Produkt teilbar.
Beispiel: Ist eine Zahl durch 3 und 5 teilbar, so ist sie auch durch 15 teilbar. (Denn 3 und 5 sind teilerfremd!)
Ist eine Zahl durch 3 und 4 teilbar, so ist sie auch durch 12 teilbar. (Das gilt **nicht** für 2 und 6, denn $\text{ggT}(2,6) \neq 1$)
Ist eine Zahl durch 5 und 8 teilbar, so ist sie auch durch 40 teilbar. (Das gilt **nicht** für 4 und 10 oder 2 und 20).

Aufgabe 6) Welche Ziffer passt für \square ? $24|36\square 6$; $15|135\square$; $18|24\square 36$; $36|\square 7896$;

Größter gemeinsamer Teiler (ggT) und kleinstes gemeinsames Vielfaches (kgV) von zwei (oder mehr) Zahlen:

Der **größte gemeinsame Teiler (ggT)** zweier (oder mehr) Zahlen ist die größte Zahl, die in der Teilmenge jeder dieser Zahlen vorkommt. $T_{21} = \{1; 3; 7; 21\}$; $T_{35} = \{1; 5; 7; 35\}$; $T_{42} = \{1; 2; 3; 6; 7; 14; 21; 42\}$; $\text{ggT}(21; 35; 42) = 7$

Das **kleinste gemeinsame Vielfache (kgV)** zweier (oder mehr) Zahlen ist die kleinste Zahl, die in der Vielfachenmenge jeder dieser Zahlen vorkommt. $V_6 = \{6; 12; 18; 24; 30; \dots\}$; $V_{15} = \{15; 30; 45; \dots\}$; $\text{kgV}(6; 15) = 30$

Aufgabe 7) Gib jeweils ggT und kgV an: a) 4; 8; b) 6; 21; c) 24; 32; d) 6; 9; 30; e) 10; 15; 30; 75

Lösungen: 1) 2mal |, 1mal ∤; 2) Zusammen 18 Teiler; Die Summe aller Teiler ist 244 3) Das 10. Element ist das 10fache der angegebenen Zahl.
4) Je 4mal richtig/falsch; 5) nur 1mal ∤; 6) Zahlen aus der 3er-Reihe (mit 0); 7) Die Summe der 5 ggT ist 23, die der 5 kgV ist 386.

Revision Primfaktoren:

Primzahlen:

Eine Zahl mit **genau 2 Teilern** (die 1 und sie selbst), heißt Primzahl. 2 ist die kleinste und einzige gerade Primzahl. Zahlen außer der 1, die keine Primzahlen sind, nennt man zusammengesetzte Zahlen.

Aufgabe 1) Welche dieser Zahlen sind Primzahlen? Prüfe auch mit den Teilbarkeitsregeln! 17; 27; 93; 103; 656

Primfaktorzerlegung:

Jede Zahl kann man als Produkt von Primzahlen darstellen. Diese Darstellung ist bis auf die Reihenfolge eindeutig.

Beispiel: $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ **So findet man Schritt für Schritt diese Darstellung:** $140 = 2 \cdot 70 = 2 \cdot 10 \cdot 7 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$

Aufgabe 2) Gib von jeder Zahl die Primfaktordarstellung an: 36; 63; 120; 924; 1170

Bestimmen des größten gemeinsamen Teilers mit Hilfe der Primfaktorzerlegung:

Man schreibt die Primfaktorzerlegung aller Zahlen so untereinander, dass immer gleiche Faktoren untereinander stehen. Alle Faktoren, die in allen Zahlen gleichzeitig vorkommen, multipliziert man und erhält so den ggT.

Beispiel:

$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$
$$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$
$$\text{ggT}(24; 60) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$$

Beispiel:

$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$
$$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$
$$84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$$
$$\text{ggT}(24; 60; 75) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$$

Aufgabe 3) Bestimme den ggT mit Hilfe der Primfaktorzerlegung. $\text{ggT}(72; 180)$; $\text{ggT}(126; 168; 294)$

Bestimmen des kleinsten gemeinsamen Vielfachen mit Primfaktorzerlegung:

Man schreibt die Primfaktorzerlegung aller Zahlen so untereinander, dass immer gleiche Faktoren untereinander stehen. Alle auftretenden Faktoren multipliziert man und erhält so das kgV.

Beispiel:

$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$
$$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$
$$\text{kgV}(24; 60) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 120$$

Beispiel:

$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$
$$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$
$$84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$$
$$\text{kgV}(48; 60; 84) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 840$$

Aufgabe 4) Bestimme das kgV mit Hilfe der Primfaktorzerlegung. $\text{kgV}(55; 132)$ $\text{kgV}(42; 78; 182)$

Bestimmung von ggT und kgV mit Hilfe von Primfaktorzerlegung in Potenzschreibweise:

Notiert man die Primfaktorzerlegung mit Hilfe von Potenzen und gibt für nicht vorkommende Faktoren (Lücken) die Zahl mit dem Exponent 0 an (jede Zahl hoch Null ergibt 1), so erhält man diese einfache Regel:

Der ggT errechnet sich als Produkt der Faktoren mit den niedrigsten Exponenten.

Das kgV errechnet sich als Produkt der Faktoren mit den höchsten Exponenten.

Beispiel:

$$24 = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^0 \cdot 7^0$$
$$60 = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1 \cdot 7^0$$
$$84 = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^0 \cdot 7^1$$
$$\text{ggT}(24; 60; 84) = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^0 \cdot 7^0 = 12$$

Beispiel:

$$24 = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^0 \cdot 7^0$$
$$60 = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1 \cdot 7^0$$
$$84 = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^0 \cdot 7^1$$
$$\text{kgV}(24; 60; 84) = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^1 \cdot 7^1 = 840$$

Aufgabe 5) Berechne die ggT und kgV aus Aufgabe 3 und 4 erneut mit dieser Regel. Vergleiche!

Berücksichtigen der Differenz beim Bestimmen des ggT von großen Zahlen, die nahe beieinander liegen:

Liegen zwei große Zahlen recht dicht beieinander, so findet man den ggT, indem man die Differenz betrachtet.

Der ggT der beiden Zahlen muss auch Teiler der Differenz sein. So schränkt man die möglichen Teiler ein!

Beispiel: $\text{ggT}(323; 361)$ muss auch Teiler von $361 - 323 = 38$ sein. 38 hat nur die Teiler 1, 2, 19, 38. Man erkennt leicht: 38 \nmid 323, da 323 ungerade ist, und man überprüft auch leicht: $19 \mid 323$ und $19 \mid 361$, also $\text{ggT}(323; 361) = 19$.

Aufgabe 6) Bestimme den ggT, indem du die Differenz der Zahlen betrachtest: $\text{ggT}(2078; 2082)$; $\text{ggT}(322; 378)$

Lösungen: 1) genau 2 Primzahlen; 2) Als Faktoren kommen 2 und 3 je 8mal vor, 5 und 7 zweimal und 11 und 13 einmal
3), 4) und 6) Die Summe aller 6 Ergebnisse beträgt 1300. (Zu 5) vergleiche Ergebnisse von 3 und 4).

Übung zu „Teilbarkeit“ 1, 4 und 5: Teiler und Vielfache (*) **Selbst** ständig durch einschätzung

Aufgabe 1: Richtig oder falsch?

- a) 52 ist Vielfaches von 13. e) 307 ist Vielfaches von 27. i) 1968 | 1968
 b) 24 ist Teiler von 12. f) 209 ist Vielfaches von 19. j) 84 | 6
 c) 648 ist Vielfaches von 6. g) 1920 ist nicht Vielfaches von 8. k) 9 † 10835
 d) 854 ist Vielfaches von 4. h) 12 ist nicht Teiler von 112. l) 1 † 2507

Aufgabe 2: Notiere zu jeder Zahl die Teilmenge und die Vielfachenmenge! a) 12; b) 19; c) 84; d) 96 Gib bei den Vielfachenmengen die ersten 6 Elemente genau an. Denke an die ... am Ende!

- ### Aufgabe 3: Welche dieser Zahlen sind
- a) Vielfache von 4?
 b) Teiler von 36?

2	16	32	4	454	372	8
24	36	288	1	18	12	3

Zusatz: *

Die meisten Zahlen haben eine gerade Anzahl von Teilern. Überlege, warum dies so ist!
 Welche Zahlen bilden die Ausnahme und haben immer eine ungerade Anzahl von Teilern?

- ### Zur Kontrolle:
- Es kommt genauso oft richtig und falsch vor. Erkennst du, nach welchem Muster?
 - Addiere die Teiler jeder Teilmenge. In jeder Summe kommt außer der Ziffer 2 nur eine andere Ziffer vor! Die Summe der ersten 6 Vielfachen einer Zahl ist immer das 21fache der Zahl selbst. Prüfe das nach!
 - Bei Aufgabenteil a) und b) hast du gleich viele Zahlen notiert! Drei Zahlen im Kasten kommen doppelt vor; 454 bleibt übrig!

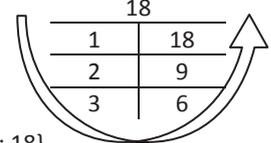
Tipp zum Zusatz: So findest du leicht die Teiler einer Zahl: Bilde Produkte, die die Zahl ergeben. Suche Beispiele!

$$18 = 1 \cdot 18$$

$$18 = 2 \cdot 9$$

$$18 = 3 \cdot 6$$

$$T_{18} = \{1; 2; 3; 6; 9; 18\}$$



Hinweis: Wenn gilt: $7 \mid 21$, dann sagt man: 7 teilt 21 oder 21 ist Teiler von 21 oder 21 ist Vielfaches von 7.
 Ob eine Zahl Vielfaches einer anderen Zahl ist, prüft man durch geschickte Zerlegung in Summanden: Versuche die Zahl so zu zerlegen, dass jeder einzelne Summand Vielfaches dieser Zahl ist. Sind **ALLE Summanden Vielfaches** einer Zahl, so handelt es sich bei der Summe um ein Vielfaches. Ist **jeder Summand bis auf einen Vielfaches** dieser Zahl, dann handelt es sich nicht um ein Vielfaches. Wenn du die Teilbarkeitsregeln schon kennst, kannst du diese natürlich auch verwenden!
Beispiel: 1701 ist Vielfaches von 7, denn: $1701 = 1400 + 280 + 21$. Alle Summanden sind Vielfache von 7. 1492 ist nicht Vielfaches von 13. $1492 = 1300 + 130 + 62$. Alle Summanden außer 62 sind Vielfache von 13.
Aufgabe 1: In jeder Spalte kommt immer abwechselnd richtig und falsch vor, bei der mittleren von unten nach oben!
 a) Richtig; b) Falsch (12 ist Teiler von 24 oder 24 ist Vielfaches von 12); c) Richtig ($648 = 600 + 48$); d) Falsch (454); e) Falsch ($307 = 270 + 37$); f) Richtig ($209 = 190 + 19$); g) Falsch (es ist Vielfaches!); h) Richtig ($112 = 96 + 16 = 120 - 8$); i) Richtig; j) Falsch (84 ist Vielfaches von 6 oder 6 teilt 84); k) Richtig ($10835 = 9000 + 1800 + 35$); l) Falsch, (1 | 2507)
Aufgabe 2: Notiere zu jeder Zahl die Teilmenge bzw. die Vielfachenmenge (mit mindestens 6 Elementen!)
 a) $T_{12} = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$; $V_{12} = \{12; 24; 36; 48; 60; 72; \dots\}$ b) $T_{19} = \{1; 19\}$; $V_{19} = \{19; 38; 57; 76; 95; 114; \dots\}$
 c) $T_{84} = \{1; 2; 3; 4; 6; 7; 12; 14; 21; 28; 42; 84\}$; $V_{84} = \{84; 168; 252; 336; 420; 504; \dots\}$
 d) $T_{96} = \{1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 16; 24; 32; 48; 96\}$; $V_{96} = \{96; 192; 288; 384; 480; 576; \dots\}$ (Summen: 20; 28; 224; 252)
Aufgabe 3: a) Vielfache von 4 sind: 4; 8; 12; 16; 24; 32; 36; 288; 372 b) Teiler von 36 sind: 1; 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18; 36
Zusatz *: Zu jedem Teiler gibt es einen zweiten, mit dem multipliziert sich die Ausgangszahl ergibt (Tipp oben!)
 Meist sind beide verschieden. So erhält man immer Teilerpärchen, also eine gerade Anzahl von Teilern. Quadratzahlen bilden eine Ausnahme. Bei genau einem Produkt sind beide Faktoren gleich. Also haben alle Quadratzahlen eine ungerade Anzahl von Teilern.

Lösung zu „Teilbarkeit“ 1, 4 und 5: Teiler und Vielfache