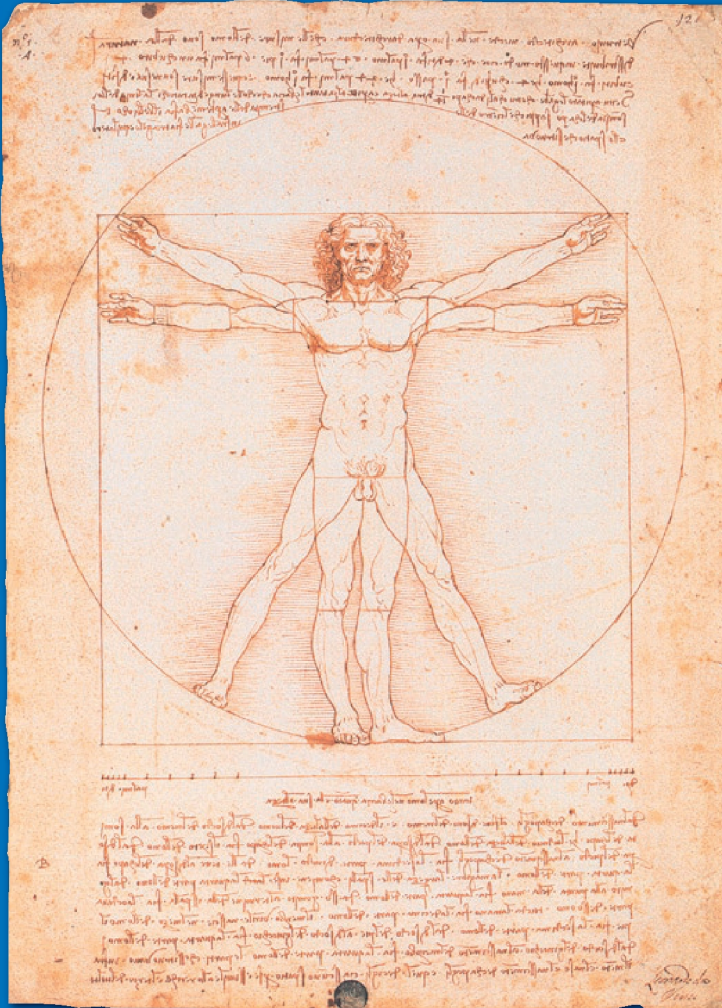


Klaus Schröer / Klaus Irle  
„Ich aber quadriere  
den Kreis ...“



Leonardo da Vincis Proportionsstudie







Klaus Schröer, geb. 1966,  
Künstler, Buch- und  
Spieleautor. U.a. tätig für  
Spektrum der Wissenschaft;  
konzepierte Deutschlands  
ersten Rätselpark.  
[www.klaus-schroeer.com](http://www.klaus-schroeer.com)



Dr. Klaus Irle, geb. 1965,  
Kunsthistoriker,  
im vorliegenden Buch  
zuständig für Rezeptions-  
geschichtliches und Kunst-  
theoretisches rund um  
Leonardo.

Klaus Schröder und Klaus Irle

„Ich aber quadrierte den Kreis ...“

Leonardo da Vincis Proportionsstudie

Klaus Schröer, Klaus Irle  
„Ich aber quadriere den Kreis ...“  
Leonardo da Vincis Proportionsstudie

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek:  
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation  
in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische  
Daten sind im Internet über [dnb.dnb.de](http://dnb.dnb.de) abrufbar.

© 2017 Klaus Schröer, Klaus Irle  
[www.klaus-schroeer.com](http://www.klaus-schroeer.com), [www.msi-design.de](http://www.msi-design.de)

Alle Rechte vorbehalten

Satz und Umschlag: Klaus Schröer, Klaus Irle

Umschlagbild: Proportionsstudie nach Vitruv von Leonardo da Vinci

Herstellung und Verlag:

BoD – [Books on Demand](http://Books on Demand), Norderstedt

ISBN: 978-3-7448-2343-2

Unser herzlichster Dank für Rat und Tat gilt

Dipl. math. Christian Fotescu

Düsseldorf

Hedda Kriesten

Münster

Dr. Susanne Kubersky-Piredda, Bibliotheca Hertziana

Rom

Dr. Jürgen M. Lehmann

Staatliche Museen Kassel

Prof. Jürgen Schönbeck

PH Heidelberg, Mathematik und Naturwissenschaften

Prof. Dr. Wilderich Tuschmann

Mathematisches Seminar der Christian-Albrechts-Universität zu Kiel

Katy Wittig

Münster





## INHALT

1. MATHEMATIK UND KUNST .....	9
2. VON DER QUADRATUR DES KREISES .....	21
3. LEONARDO UND DIE QUADRATUR DES KREISES .....	37
4. MALEREI UND MATHEMATIK .....	56
5. BILD UND TEXT DER PROPORTIONSSTUDIE NACH VITRUV .....	67
6. „ICH ABER QUADRIERE DEN KREIS ...“ .....	91
MATHEMATISCHER ANHANG .....	113
KUNSTGESCHICHTLICHER ANHANG .....	126
ZUSAMMENFASSUNG DEUTSCH, ITALIENISCH, ENGLISCH .....	128
LEONARDOS ALGORITHMUS IM SCHULUNTERRICHT .....	134
LEONARDOS ALGORITHMUS IN DEN MEDIEN .....	135
LEONARDOS ALGORITHMUS IN DER PRAXIS .....	136
AUSGEWÄHLTE LITERATUR .....	138
ABBILDUNGSHINWEIS .....	140
REGISTER .....	141



Portrait Leonardo da Vincis aus der Sammlung Melzi. Um 1500. Rote Kreide, 27,5 x 19 cm. Windsor Castle, Royal Library, Windsor 12726

## 1. MATHEMATIK UND KUNST

Gute Mathematiker lieben ihre Wissenschaft, weil sie schön ist. Sie beschreibt eine Wirklichkeit, die sie sich in unvergleichlicher Konsequenz selber schafft. Deshalb darf ihr als der einzigen Wissenschaft das Vermögen zugesprochen werden, Wahrheit in einem allgemeinen, nicht subjektiven Sinn zu finden. Während andere Wissenschaften Regeln für die uns umgebende Realität aufstellen, Regeln, die jederzeit durch ein Experiment zu Fall kommen können, bestimmt die Mathematik Gesetze, aus denen erst eine Realität hervorgeht, die dann die Schöpfung des Mathematikers ist. Dieser beschreibt und untersucht sie zugleich, wofür er wiederum Gesetze bildet, die selbst Teil der Definition jener Realität sind. Diese künstlichen Bedingungen erzeugen eine vollkommene Klarheit, aus der vollkommene Wahrheit geboren werden kann. Sofern das der Fall ist, ist sie absolut und unvergänglich. Sie gilt aber allein in dieser Kunst-Welt.

Wer um der Wahrheit willen künstliche Realitäten schafft, darf als zutiefst schöpferischer Mensch angesehen werden. Sein Material ist die Ordnung der mathematischen Wirklichkeit - keine Ordnung, die irgendwelche materiellen Mängel oder Zufälligkeiten in Kauf zu nehmen hat. Diese Ordnung kann man weder sehen, fühlen, schmecken, riechen noch hören. Auch ihre Schönheit teilt sich rein geistig mit. Wie die Mathematik Schönheit empfinden weckt? Durch ihre Klarheit, durch ihr Freisein von allem Überflüssigen und indem sie symmetrische Verhältnisse schafft. Der Ursprung dieser Schönheit liegt in einer Art Denken, das sich mehr als jede andere Denkweise die Bezeichnung *logische Kreativität* verdient.

Die künstliche Wirklichkeit der Mathematik meinen wir bereits, wenn wir von einem Kreis sprechen. In der greifbaren Wirklichkeit existieren keine Kreise, nur möglichst exakte kreisförmige Abbilder der Idee des Kreises. Dasselbe gilt für das Quadrat und alle anderen geometrischen Formen. Und dennoch gibt es ganz ohne jeden Idealismus bei der Naturbetrachtung eine unmittelbare Verbindung zwischen der mathematischen Wirklichkeit und der Außenwelt. Beide treffen in dem Kopf aufeinander, der als Teil der einen Welt die andere schafft.

„Nachdem ich hier gegenüber die verschiedenen Verfahren vollendet habe, Kreise zu quadrieren, also Quadrate gleicher Fläche zur Fläche

eines Kreises zu schaffen und Regeln für ins Unendliche fortschreitende Verfahren anzugeben, beginne ich nun mit der besagten Abhandlung vom Spiel der Geometrie und gebe darin gleichfalls Auskunft über eine unendliche Verfahrensweise.“

Leonardo da Vinci, Codex Atlanticus, Fol. 45 v-a, um 1515

Es gibt Ideen, die vor langer Zeit geboren wurden, dann aber irgendwie in Vergessenheit gerieten oder verloren gingen und erst durch ungewöhnliche Umstände wiederentdeckt werden. Diese Ideen waren ursprünglich Antworten auf Fragen, die sich allein aus damaliger Anschauung ergaben. Wenn der Nachwelt solche Ideen abhanden kommen, liegt es zumeist daran, daß auch die Fragen und Betrachtungsweisen nicht nur verändert, sondern ausgelöscht worden sind. Hat man aber solch eine Idee in ihrem Kontext wieder aufgespürt, was nur durch ungewöhnliche Umstände gelingen kann, bringt das der Gegenwart viel mehr als nur einen willkommenen Mosaikstein für das lückenhafte Bild von der Vergangenheit. Denn solche Wiederentdeckungen können das gesamte Bild erneuern.

Solch eine Entdeckung ist auch der Anlaß dieses Buches. Gemacht wurde sie nicht etwa in einer ägyptischen Pyramide, auch nicht in einem mittelalterlichen Kloster, sondern auf einem Blatt Papier, das allerdings eine der wohl berühmtesten Zeichnungen der abendländischen Kultur trägt: die *Proportionsstudie nach Vitruv* (S. 104) von Leonardo da Vinci (1452-1519). Sie muß in die Welt der Mathematik eingeordnet werden. Erst dann läßt sich der zentrale Gedanke rekonstruieren, den Leonardo dieser Doppelfigur im Kreis and Quadrat zugrunde legte: Der Mensch als Krone der Schöpfung stellt wegen der Maßverhältnisse seines Körperbaus ein Regelwerk zur Lösung der *Quadratur des Kreises* dar. Wie und weshalb der *Proportionsstudie nach Vitruv* ein mathematisches Verfahren abzulesen ist, will natürlich noch erklärt sein. Dann aber wird sich zeigen, daß die Zeichnung nichts geringeres leisten sollte, als die Gesetzmäßigkeiten der menschlichen Gestalt mit der damals geradezu heiligen mathematischen Kreisquadratur zu verbinden und so zu begründen.

Als wir dieses Ergebnis in seiner Tragweite zu begreifen begannen, fühlten wir uns unmittelbar verpflichtet, es einer breiten Öffentlichkeit möglichst allgemeinverständlich mitzuteilen. Denn schließlich drängt diese Entdeckung, von Neuem zu fragen, was Kunstwerke leisten können. Ganz am Anfang steht jedoch die Einsicht, daß wir von einem gegenwärtig vorherrschenden Denkmuster Abstand nehmen müssen. Wir meinen die Vorstellung,

die Kunst müsse irrational und unbestimmt sein, um Kunst genannt zu werden. Auch deshalb sind wir froh, mit dieser sowohl mathematischen als auch geisteswissenschaftlichen Studie zeigen zu können, in welche noch völlig ungeahnten Tiefen Leonardo mittels seiner *logischen Kreativität* auf nur einem einzigen Blatt Papier vorzudringen vermochte.

Die entscheidenden Entdeckungen an der Zeichnung konnten nicht ohne eine neue Forschungsmethode gemacht werden. Mathematik und Kunstgeschichte, die ansonsten im modernen Wissenschaftssystem zwei säuberlich getrennten Fachwelten zugewiesen werden, haben zusammengearbeitet, sich wechselseitig angeleitet. Vermessungen, Algorithmen und Regeln der Geometrie wurden kombiniert mit Stilanalyse und Kunsttheorie. Dieser fächerübergreifende Ansatz ist allerdings nicht ganz neu, sondern die Wiederherstellung eines alten Grundsatzes, den Leonardo selbst aufgestellt hat: wo keine Mathematik ist, kann keine Kunst sein.

„Die Anhänger der Malerei nähren ihre Erfahrung nicht mit Träumen, sondern gehen immer nach den wahren Prinzipien der Reihe nach vor, so daß sich bis zum Ende eines aus dem anderen ergibt, wie man es von den Grundbegriffen der Mathematik, der Zahl und dem Maß, mit anderen Worten, der Arithmetik und der Geometrie kennt.“

Leonardo da Vinci, Codex Urbinas, Fol. 19 r

Wer als Forscher diesem Kunstverständnis gerecht werden will, muß mehr unternehmen, als die gängigen Nachweise für Perspektivkonstruktionen oder für den Goldenen Schnitt zu erbringen. Tiefergehende Studien an alten Bildern wurden aber bisher nicht für notwendig gehalten. Es scheint auszureichen, die Mathematik als mehr oder minder nützliches Handwerkszeug zur Kunstausübung mit dieser lose zu verbinden, wobei aber stillschweigend angenommen wird, daß alles Mathematische, soweit es überhaupt wahrgenommen wird, an sich nichts Künstlerisches habe, sondern eher theoretischer Ballast sei. Wer diese Auffassung teilt, übersieht den Anteil der Mathematik am Kunstschaffen und unterschätzt Leonardo wie auch die Künstler seiner Zeit in einer Sache, von der sie erheblich mehr verstanden, als heute allgemein angenommen wird. Die fachliche Selbstbeschränkung der Kunsthistoriker hat verhindert, daß Leonardos *Proportionsstudie nach Vitruv* bis heute mathematisch interpretiert worden ist. Diese Lücke soll mit diesem Buch, mit dem zugleich die erste Werkmonographie über diese Zeichnung vorgelegt wird, geschlossen werden.

Für die *Proportionsstudie nach Vitruv*, so ihre von der deutschsprachigen Kunstwissenschaft bevorzugte Bezeichnung, kennen wir keinen Titel aus Leonardos Zeit oder den folgenden Jahrhunderten. Die italienischen Wissenschaftler nennen sie zumeist *Uomo vitruviano*, die englischen Fachvertreter sprechen vom *Vitruvian man*. Die Zeichnung ist über 500 Jahre alt. Zudem schöpfte Leonardo für sie aus dem Wissen antiker Mathematiker. Gerade deshalb bietet sie dem Auge eine Fülle von Informationen und schließlich die mathematische Idee, die eine neue Einsicht in Leonardos Verständnis der Natur, der Mathematik und der Kunst ermöglicht. Die Geschichte der *Proportionsstudie nach Vitruv* und ihrer mathematischen Idee beginnt, wie so viele interessante Geschichten, in der Antike - bei den Alten Griechen und Vitruv, dem römischen Architekten und Ingenieur.

Der direkte Bezug zur Antike ist typisch für die herausragenden Denker der Renaissance, und kaum ein anderer hat so deutlich wie Leonardo die Epochenschwelle zwischen seiner Zeit und dem ausgehenden Mittelalter sichtbar gemacht. Die Renaissance wurde schon von Zeitgenossen und dann auch von den folgenden Jahrhunderten bis heute als Wiedergeburt von antikem Schönheitsempfinden und erfahrungsgetragener Vernunft beurteilt, wie auch als wiedererwachtes Vertrauen in die schöpferischen Kräfte des Individuums. Der Rang und Wert des Individuums wurde an seiner *virtus* gemessen - daran, wie erfolgreich es durch Tugenden und Taten zum Gemeinwesen beitrug. In Italien wurden solche verdienstvollen Männer *Virtuosi* genannt.

Zwischen dem ausgehenden 20. Jahrhundert und der Renaissance liegt ebenfalls eine Epochenschwelle. Denn seit Beginn des 19. Jahrhunderts wandelte sich nach und nach die Auffassung davon, was Kunst sei und wie sie sich am besten entfalte. Leonardo hatte nie daran gezweifelt, daß die Künste im klassischen Sinne auf Regeln (*ars*), Übung (*exercitium*) und Begabung (*ingenium*) beruhen und nicht anders als mittels dieser Trias erlernt und ausgeübt werden können. Dagegen behauptet die romantische Kunstkritik des 19. Jahrhunderts, daß sich das eigentlich Künstlerische nur dort entfalten könne, wo erlernbare, rationale Regeln abwesend sind. Zunehmend galt das Unergründliche als das Geniale, etwas, das der innersten Gefühlswelt des Künstlers unbewußt entspringt. Geradezu explosiv änderte sich das Kunstverständnis zwischen den Weltkriegen, als die avantgardistischen Strömungen die totale Freiheit und Unabhängigkeit der Künste erprobten. Mehr und mehr sollte die Kunst, wenn sie respektabel sein wollte, Normen bre-

chen oder schockieren, alles in Frage stellen oder offen sein für alles, was die Käufer in sie hineindenken mögen. Für den modernen Künstler wurde seine Arbeit Ausdruck der eigenen Gefühlswelt oder der Nabelschau, auf jeden Fall der Selbstverwirklichung. Das vorläufige Ende dieser Entwicklung bildet die überwiegend unsinnliche Gegenwartskunst, deren Schöpfer beim Experimentieren, Installieren oder Verneinen dem Nutzen von Bildung und Können kaum noch Bedeutung zu geben scheinen.

All das erscheint heute so selbstverständlich, daß es leicht für überzeitlich gültig gehalten wird. Zur Renaissance jedoch passen die modernen Anschauungen über das Kunstschaffen und Kunstverstehen überhaupt nicht. Deshalb sollten sie, wenn man die ältere Kunst nach ihren eigenen Maßstäben beurteilen will, nicht in die Vergangenheit zurückversetzt werden. Leonardo war kein Outcast; ebensowenig schuf er seine Werke nur aus einer Laune heraus.

Um sich der *Proportionsstudie nach Vitruv* angemessen zu nähern, müssen Mathematik und Kunstwissenschaft kooperieren. Und genau das wird in diesem Buch geschehen. Diejenigen, die sich für Nicht-Mathematiker halten, brauchen sich nicht zu fürchten. Spezialistenwissen wird nicht vorausgesetzt, zumal es für die entscheidende Entdeckung nicht einmal zwingend notwendig war. Ähnliches gilt für die kunstgeschichtliche Seite: wir wollen uns hüten vor überflüssigem Fach-Chinesisch und den Versuchungen der Über-Interpretation.

Aber die Zusammenarbeit beider Fächer hängt nicht nur von ihnen selbst ab. Auch der Forschungsgegenstand steuert das Vorgehen. Glücklicherweise hat Leonardo unermüdlich gezeichnet und fässerweise Tinte verschrieben - über die Regeln der Malerei, über die Mathematik, Anatomie, Mechanik, Hydraulik, Geologie, Astronomie, Zoologie, Botanik u.v.m. - alles spiegelverkehrt und selten so schönlinig geschrieben wie auf der *Proportionsstudie*. Rund 6500 Manuskriptblätter sind erhalten geblieben. Dieses unschätzbar wertvolle kulturelle Erbe wird heute in Form von einzelnen Manuskriptsammlungen (Codices) aufbewahrt, nachdem sie durch die Jahrhunderte in alle Winde verstreut wurden. Die Hüter der Codices sind mit zwei Ausnahmen Archive, Museen und Bibliotheken in Mailand, Turin, Rom, Paris, London, Oxford, Madrid und New York. Eigentum des englischen Königshauses sind die Zeichnungen im Schloß Windsor. Die andere Ausnahme macht der Computer-Magnat Bill Gates. Für seine Privatsammlung in Seattle (Washington) erwarb er den Codex Hammer (vormals Codex