Michael F. Jischa

Dynamik in Natur und Technik

Wandel verstehen und gestalten

oekom

oekom

Klimaneutral
Verlag
ClimatePartner.com/128-50040-1010-1082

Selbstverpflichtung zum nachhaltigen Publizieren
Nicht nur publizistisch, sondern auch als Unternehmen setzt sich der oekom verlag konsequent für Nachhaltigkeit ein. Bei Ausstattung und Produktion der Publikationen orientieren wir uns an höchsten ökologischen Kriterien.
Dieses Buch wurde auf 100 % Recyclingpapier, zertifiziert mit dem FSC®-Siegel und dem Blauen Engel (RAL-UZ 14), gedruckt. Auch für den Karton des Umschlags wurde ein Papier aus 100% Recyclingmaterial, das FSC®-ausgezeichnet ist, gewählt. Alle durch diese Publikation verursachten CO_2-Emissionen werden durch Investitionen in ein Gold-Standard-Projekt kompensiert. Die Mehrkosten hierfür trägt der Verlag.
Mehr Informationen finden Sie hinten im Buch und unter: http://www.oekom.de/allgemeine-verlagsinformationen/nachhaltiger-verlag.html

Gesellschaft für ökologische Kommunikation mbH,
Waltherstraße 29, 80337 München

Satz: Jonathan Hering
Umschlaggestaltung: Elisabeth Fürnstein, oekom verlag
Umschlagabbildung: © meow_meow – shutterstock.com
Druck: CPI Books GmbH, Leck

ISBN 978-3-96238-040-3
E-ISBN 978-3-96238-472-2

Michael F. Jischa

Dynamik in Natur und Technik

Wandel verstehen und gestalten

»Die Technik ist die Antwort; aber wie lautet eigentlich die Frage?«

Aus Jacques Neirynck *„Der göttliche Ingenieur“*

Inhaltsverzeichnis

Prolog: Worum geht es?

Als Junge habe ich beobachtet, dass sich bei schwachem Wind Bäume und Blätter kaum bewegen, dagegen umso heftiger, je stärker der Wind weht. Daraus habe ich den Schluss gezogen, dass sich die Bäume – durch welche Kraft auch immer – bewegen und dadurch den Wind erzeugen. Später habe ich gelernt, dass die Bäume durch den Wind bewegt werden. Ursache und Wirkung haben sich umgekehrt. Daran möchte ich die Begriffe *Korrelation* und *Kausalität* verdeutlichen. Meine erste Beobachtung war insoweit korrekt, als es einen Zusammenhang, eine *Korrelation*, zwischen der Bewegung der Bäume und der Stärke des Windes gibt. Meine Schlussfolgerung war jedoch falsch. Nicht die Bäume machen den Wind, sondern der Wind bewegt die Bäume. Die *Kausalität* hatte sich umgekehrt.

Dieses Muster ist typisch für viele Diskussionen, ein Beispiel hierfür sind Talkshows. Niemand bestreitet, dass es eine Korrelation zwischen Preisen und Löhnen gibt. Preise *und* Löhne steigen. Wenn es um die Frage nach dem *warum* geht, nach der Kausalität, dann erleben wir ein typisches Schauspiel. Die Sichtweise der Arbeitgeber lautet, die Preise müssen steigen weil die Löhne steigen. Die Argumentation der Gewerkschaften lautet umgekehrt, die Löhne müssen steigen weil die Preise steigen. Dieses Muster eindeutiger Korrelationen aber unterschiedlich behaupteter Kausalitäten erleben wir ständig. Bei der Diskussion zwischen politischen Parteien, unterschiedlichen gesellschaftlichen Gruppen und zwischen Staaten. Von Charles de Gaulle habe ich die Formulierung »Staaten haben keine Freunde, sie haben Interessen« in Erinnerung. Das gilt generell. Alle Diskussionspartner in Talkshows und Workshops vertreten Interessen. Diese werden argumentativ kaschiert. Geäußerte Kausalitäten der Gegenseite werden gerne mit der Vokabel ideologisch behaftet und die eigene Position als ideologiefrei dargestellt, als objektiv und rational. Der Begriff Rationalität ist verräterisch, denn es gibt unterschiedliche Rationalitäten. Das wird bei Risikodiskussionen deutlich. Die *Akzeptabilität* der Experten bei Technologien wie etwa Kerntechnik, Fracking und Gentechnik ist etwas anderes als die *Akzeptanz* der Gesellschaft.

In dem Buch geht es um *Korrelationen* und *Kausalitäten* bei *natürlichen* und *technischen Systemen*, diese lassen sich durch *Naturgesetze* beschreiben. Eine *mathematische Modellierung* der Systeme ist die Voraussetzung für eine anschließende *Simulation* und Interpretation der Ergebnisse. Es werden einfache Modelle vorgestellt, an denen die *Dynamik in Natur und Technik* erläutert wird. Es ist mein zentrales Ziel, das *Prinzip Dynamik* zu erläutern.

Nur dann können wir den *Wandel verstehen und gestalten*. Denn nichts ist beständiger als der Wandel.

Eine kurze Antwort auf die Frage *worum geht es* lautet »So geht es nicht weiter. Was stattdessen geschehen müsste, ist im Wesentlichen bekannt. Dennoch geschieht es – im Wesentlichen – nicht«, siehe *„Aufstand für die Natur“* (Meyer-Abich 1990). Es geht um das große Ganze; eine Auflistung gegenwärtiger und zukünftiger Krisen liest sich wie ein Horrorszenario. Es soll hier nicht nur um ein weiteres Buch zur Schilderung krisenhafter Entwicklungen gehen. Dazu gibt es hinreichende Literatur, auf die ich mich beziehe. Es geht in diesem Buch primär um die Frage, *was wir wissen müssen*, um dynamische Entwicklungen in Natur und Technik zu beschreiben, zu verstehen und zu managen. Erst *danach* können Handlungsoptionen entwickelt werden. Ich werde Vorschläge unterbreiten, in welcher Weise die universitäre Ausbildung in den technischen und naturwissenschaftlichen Studiengängen verbesserungsbedürftig ist. Hier ist einiges aus dem Ruder gelaufen, die Fokussierung auf eine direkte *Verwendbarkeit* und *Beschäftigungsfähigkeit* (*Employability*) hat nicht dazu geführt, dass wir *Ingenieure und Naturwissenschaftler mit Weitblick* ausbilden.

Teil I befasst sich mit grundlegenden Begriffen, über die eine erstaunliche Unwissenheit besteht. Obwohl es sich um Begriffe handelt, mit denen wir ständig umgehen. Wir denken linear, obwohl wir von nichtlinearen Phänomenen umgeben sind. Wer kann erklären, was exponentielles Wachstum bedeutet? Alle Handlungen in Politik und Wirtschaft führen zu *Rückkopplungen*, deren Resultate nicht selten die ursprüngliche Absicht konterkarieren. Wir leben innerhalb *vernetzter Systeme*, deren Mechanismen wir kaum verstehen. *Regelkreise* sind allgegenwärtig, auch wenn wir sie kaum zur Kenntnis nehmen.

Zur Erläuterung der grundlegenden Begriffe ist ein wenig Mathematik erforderlich, insbesondere zur Darstellung charakteristischer Wachstumsgesetze. Ich werde im Text sparsam mit Mathematik umgehen, denn *jede Formel in einem Buch halbiert die Zahl der Leser*. Daher wird eine behutsame Einführung in die Theorie mathematischer Ableitungen und der Differenzialgleichungen gegeben. Das wird für die weiteren Erläuterungen notwendig sein. Gleichwohl habe ich versucht, den Text so zu gestalten, dass er auch ohne Formeln verstanden werden kann. Schön wäre es, wenn Teil I bei den Lesern das Interesse an der Mathematik fördern oder gar wecken könnte. Denn die Naturgesetze, die Bilanzgleichungen für Masse, Impuls und Energie, sind in der Sprache der Mathematik geschrieben. Ohne Mathematik ist alles nichts. Mathematik ist *die* zentrale Voraussetzung für das Verständnis der naturwissenschaftlichen und technischen Disziplinen.

In Teil II werden charakteristische dynamische Prozesse in Natur und Technik beispielhaft erläutert. Dabei geht es nicht um Vollständigkeit, sondern um das Herausarbeiten charakteristischer Eigenschaften dynamischer Systeme. Ein Feder-Masse-Pendel und zwei Populationen, die um die gleiche Nahrungsquelle konkurrieren, *können chaotisch reagieren.* Sie entziehen sich auf merkwürdige Weise einer Vorhersage. Die Anfangsbedingungen entscheiden darüber, *wie* sich dynamische Systeme entwickeln, vorhersagbar oder chaotisch. Dieser Teil ist eine Einführung in die Disziplin *Modellierung und Simulation.* Hier gilt das Bonmot, dass alle Modelle falsch sind, aber einige nützlicher seien als andere. Es kommt in komplexen Systemen primär darauf an, die erste *nichttriviale* Lösung zu finden. In diesem Teil wird der Schritt *von gewöhnlichen zu partiellen Ableitungen* vollzogen. Bei der Behandlung dynamischer Prozesse in der Atmosphäre sind die Zustandsgrößen Druck, Dichte, Temperatur und Windgeschwindigkeit von Ort und Zeit abhängig. Zu deren Beschreibung werden *partielle Differenzialgleichungen* benötigt, sie sind ein Kernstück der Angewandten Mathematik.

Teil III ist dynamischen Prozessen unserer Erde gewidmet. Am Beginn steht eine Einführung in die Evolution der Erde. Daran schließt sich die Himmelsmechanik an, sie markiert den Beginn der *Wissenschaftlichen Revolution.* Vor gut 500 Jahren begann jenes große europäische Projekt *Aufklärung* und *Säkularisierung*, bestehend aus den Prozessen *Renaissance*, *Humanismus*, *Reformation* und *Heliozentrismus. „Das Wunder Europa“* (Jones 1991) führte zur *„Verwandlung der Welt“* (Osterhammel 2009), ausgehend von Europa. Es werden dynamische Prozesse in den Sphären Luft, Wasser und der Erdoberfläche beschrieben. Daran schließt sich die Behandlung der Biosphäre, der Biodiversität und der Artenvielfalt an. Eine kurze Geschichte der Ökologie rundet den Teil ab.

Teil IV behandelt dynamische Prozesse in der Technik, dazu ist ein kurzer Einstieg in die Naturgesetze erforderlich. Da diese in gleicher Weise für natürliche und technische Systeme gelten, wird stets die Brücke zu natürlichen Systemen geschlagen. Ein Kriterium für die Auswahl der Beispiele ist das Aufzeigen von Analogien. Der Verkehrsfluss ähnelt bei geringem Verkehr der Strömung eines Gases, bei dicht fließendem Verkehr der Strömung einer Flüssigkeit und im Stau einem Festkörper. Der *Stau aus dem Nichts* hat Ähnlichkeit mit bestimmten Zuständen von Schüttgütern und der Ausbildung von Sanddünen. Wellen sind universelle Phänomene. Es gibt seismische Wellen nach einem Erdbeben, Monsterwellen nach einem Tsunami, Wasserwellen und unsichtbare Wellen zur Übermittlung von Informationen durch Rundfunk und Fernsehen. Die vor wenigen Jahrzehnten eingeführte Disziplin *Bionik* verbindet in interessanter und überraschender Weise natürliche und technische Systeme. Abgeschlossen wird dieser Teil durch ein

Staunen über die Mathematik, die als universelle Metadisziplin über allem schwebt.

Teil V vertieft die Frage *Worum geht es*? Ausgehend von dem Begriff *Anthropozän* wird in bekannte Problemfelder eingeführt. Das sind der anthropogene Treibhauseffekt, die Vernutzung der Ressource Wasser, die Bedrohung der Ozeane und der Artenvielfalt sowie die Frage nach der Ernährung der wachsenden Weltbevölkerung. Nach einem Exkurs über die Wahrnehmung der Zukunft im Wandel der Geschichte werden die *„Grenzen des Wachstums“* (Meadows u. a. 1972) sowie die Geschichte und charakteristische Publikationen des *Club of Rome* behandelt. Danach werden die *Bewusstseinswende* der 1960er Jahre sowie verschiedene Phasen der *Umweltschutztechnik* und *Umweltpolitik* beschrieben. Es wird auf internationale und nationale Aktivitäten und Konferenzen sowie auf charakteristische Bücher jener Zeit eingegangen. Das abschließende Kapitel schildert Ansätze, das diffuse Leitbild *Nachhaltigkeit* zu operationalisieren. Dazu wird auf das Instrument *Technikbewertung* eingegangen.

Teil VI hat autobiografischen Charakter, ich werde darin auf eigene um 1990 an der TU Clausthal begonnene Aktivitäten in Lehre und Forschung zurückgreifen. Im Wintersemester 1991/92 habe ich erstmalig neben meinen Lehrverpflichtungen in Mechanik und Strömungsmechanik im Rahmen des Studium Generale eine Vorlesung „*Herausforderung Zukunft*“ mit einer Behandlung der *Weltprobleme* gehalten. Die Resonanz war groß, im Audimax mit 300 Plätzen saßen – bei damals 3 000 Studenten – etliche auch auf den Treppenstufen. Als Vertiefungen sind daraus die Vorlesungen „*Technikbewertung*“ sowie „*Dynamische Systeme in Natur, Technik und Gesellschaft*“ hervorgegangen. Alle drei Vorlesungen sind wenig später Pflichtveranstaltungen geworden. Die Aktivitäten in der Lehre wurden begleitet durch die Gründung einer Arbeitsgruppe *Forum Clausthal*, die sich in Seminarveranstaltungen schwerpunktmäßig dem Thema *Nachhaltigkeit* gewidmet hat. Meine Forschungsthemen habe ich seit jener Zeit verlagert auf *Technikbewertung, Nachhaltigkeits-Management* und den Zusammenhang (*Korrelation*) zwischen *Gesellschaft und Technik*. Der vorliegende Text ist stark davon geprägt.

Bedauerlicherweise kokettieren Entscheidungsträger nicht selten damit, von Mathematik, Physik und Chemie wenig zu verstehen. Wir leben nach wie vor in einer Welt der *„Zwei Kulturen“* (Snow 1959), geprägt durch das Schisma von *Geistes- und Gesellschaftswissenschaften* einerseits und den *Natur- und Technikwissenschaften* andererseits. Das habe ich in Vorträgen vor Hörern der *ersten Kultur* leidvoll erlebt. Etliche Male habe ich im Kloster Loccum im Rahmen der Vikars-Ausbildung vor Theologen über Themen vorgetragen, die ich in diesem Buch behandele. Die Bevölkerungsdynamik lässt sich ohne eine Diskussion typischer Wachstumsgesetze nicht erläutern. Wenn ich den Vikaren vorab die Frage stellte, wie viele Kinder bezogen auf eine Stadt wie Goslar (50 000 Einwohner), Hildesheim (100 000 Einwohner) oder Hannover (500 000 Einwohner) innerhalb eines Jahres geboren werden und wie viele Menschen sterben, dann erhalte ich die korrekte Antwort: Zweimal bzw. zehnmal so viele wie in Goslar. Wenn ich das in die Formel $\mathrm{d}x/\mathrm{d}t = (b - d)x$ übersetze, dann geht bei vielen Hörern reflexartig eine innere Klappe herunter und nur wenige hören zu. Die Formel beschreibt die Änderung der Population x mit der Zeit t, dabei bedeuten b die Geburtenrate (*birth*), d die Sterberate (*death*), die Differenz $b - d = r$ (*rate*) ist die Wachstumsrate. Aus dem Ratenansatz folgt nach Integration das *exponentielle Wachstum*, eines der wichtigsten Wachstumsgesetze überhaupt.

Das Schisma zwischen den *Zwei Kulturen* ist nach Snow mehrfach behandelt worden. In *„Bildung“* (Schwanitz 1999) wird behauptet: »Die naturwissenschaftliche Kenntnisse werden zwar in der Schule gelehrt; sie tragen auch einiges zum Verständnis der Natur, aber wenig zum Verständnis der Kultur bei [...] Naturwissenschaftliche Kenntnisse müssen zwar nicht versteckt werden, aber zur Bildung gehören sie nicht«. Das zeugt von Arroganz und Ignoranz. Die fällige Gegenrede *„Die andere Bildung – Was man von den Naturwissenschaften wissen sollte“* (Fischer 2001) folgte unverzüglich.

»Das Buch ist kein Konzentrat, sondern bietet eher Geschmacksproben an.« Das Zitat aus dem Vorwort des Buches *„Erfahrung Mathematik“* (Davis u. Hersh 1985) beschreibt meine Intention. Ich möchte einerseits das Interesse an mathematischen, naturwissenschaftlichen und technischen Grundlagen wecken, *denn unsere Gesellschaft ist zunehmend technologisch durchimprägniert*. Zum zweiten möchte ich – in der Sprache des *Club of Rome* – auf die Weltprobleme eingehen und Lösungsansätze behandeln. Dazu sind naturwissenschaftliche und technische Grundlagen notwendig. Aber *notwendig und hinreichend* verlangt mehr, *wir brauchen Naturwissenschaftler und Ingenieure mit mehr Weitblick*. Für diese Zielgruppe habe ich das Buch geschrieben. Ich würde mir wünschen, dass auch Vertreter anderer Disziplinen das Buch mit Gewinn lesen. Es zeichnet sich immer deutlicher ab, dass sich die Probleme der realen Welt nicht innerhalb der klassischen akademischen Disziplinen behandeln lassen. Die disziplinär ausgerichteten Lehrpläne und akademischen Strukturen haben auf die *„Herausforderung Zukunft“* (Jischa 1993) bislang unzureichend reagiert. Erst die *Bewusstseinswende der 1960er Jahre* hat punktuell zur Gründung von Einrichtungen geführt, in denen Experten aus unterschiedlichen akademischen Disziplinen problemorientiert zusammenarbeiten. In Teil VI skizziere ich Vorschläge, die diesen Mangel beheben können.

Den Text habe ich mit der Spracherkennungssoftware Dragon Naturally-Speaking direkt in das Notebook diktiert. Wie bei früheren Büchern haben mich studentische Mitarbeiter engagiert unterstützt. Zu Beginn hat Jaffan Hussein Formeln geschrieben und Bilder gezeichnet. Die Arbeit hat Jonathan Hering fortgesetzt, der Bilder gezeichnet und Formeln erstellt hat. Anschließend hat Jonathan aus der Worddatei eine Latex Version erstellt und Formatierungen bis zur endgültigen Druckversion nach Vorgaben des Verlags vorgenommen. Bei der Gelegenheit hat Jonathan Verbesserungen im Text vorgeschlagen, denen ich in der Regel gerne gefolgt bin.

Ich danke Thomas Hanschke, Präsident der TU Clausthal, für seine wohlwollende Begleitung meiner Aktivitäten im Ruhestand. Weiter danke ich meinen Kollegen Gunther Brenner und Stefan Hartmann für die angenehme Atmosphäre im Institut für Technische Mechanik. Als intellektueller Sparringspartner ist mein früherer Mitarbeiter und Kollege Christian Berg unverzichtbar. Das gilt ebenso für meine Freunde im Kreis der *Deutschen Gesellschaft Club of Rome*. Nicht zuletzt danke ich meiner Frau Heita, die Phasen meiner geistigen Abwesenheit ertragen musste.

Eine abschließende Bitte: Auch wenn Sie eine Abneigung gegen die grundlegende Disziplin *Mathematik* hegen, sollten Sie das *Prinzip Nichtlinearität* (Kap. 1) und charakteristische *Wachstumsgesetze* (Kap. 2) verinnerlichen, notfalls mit sachkundiger Unterstützung aus Ihrem Bekanntenkreis. Sie werden anschließend verstehen, warum in der beliebten Fernsehsendung *Klein gegen Groß* bei sportlichen Übungen – etwa Situps – 10-jährige Mädchen und Jungs Spitzensportler schlagen können.

Eine generelle Bemerkung: Als ich die Formulierung *liebe Christinnen und Christen* zum ersten Mal hörte, habe ich das für einen Scherz gehalten. Derartige Formulierungen haben sich eingebürgert. Ich folge diesem Trend nicht. Ich möchte die *Naturwissenschaftlerinnen* und *Ingenieurinnen* bitten, sich gleichfalls angesprochen zu fühlen, wenn ich von *Naturwissenschaftlern* und *Ingenieuren* spreche.

Clausthal-Zellerfeld, im Frühjahr 2018 Michael F. Jischa

Teil I: Grundlegende Gesetzmäßigkeiten

Die einführend vorgestellten Gesetzmäßigkeiten und Begriffe sind für die weiteren Überlegungen von zentraler Bedeutung. Unsere Wahrnehmungen sind naturgemäß durch unsere Lebensspanne begrenzt. Wenn wir Entscheidungen treffen, dann ist der Zeithorizont für unsere Pläne meist deutlich kleiner. Wir denken in der Regel linear, obwohl die uns umgebende Welt von nichtlinearen Phänomenen beherrscht wird. Von besonderem Interesse sind Wachstumsgesetze, die wir gefühlsmäßig umso falscher einschätzen, je größer der Zeitrahmen wird.

1. Das Prinzip Nichtlinearität

Warum kann ein Elefant einen Artgenossen nicht überspringen? Ein Hase übertrifft ihn in dieser Beziehung bei weitem, und dieser wird von einem Frosch übertroffen. Ein Floh springt, bezogen auf seine Körpergröße, noch weit höher. Warum braucht ein Auto die achtfache Leistung, wenn es doppelt so schnell fahren soll? Warum ist der höchste Berg auf dem Mars dreimal so hoch wie der höchste Berg auf der Erde? Warum gibt es eine untere Grenze für die Abmessungen eines Warmblüters? Die Botschaft des ersten Kapitels lautet: Phänomene in Natur und Technik zeigen in der Regel *nichtlineares* Verhalten.

Auf Bauernmärkten sieht man mitunter Federwaagen, mit denen Händler das Gewicht der Waren bestimmen. Die Auslenkung der Feder ist dabei ein Maß für das angehängte Gewicht. Wird das Gewicht verdoppelt, so verdoppelt sich die Auslenkung. Einen derartigen Zusammenhang nennt man linear, und wir erkennen daran das Wesen der Linearität: Eine Verdopplung der Ursache verdoppelt deren Wirkung.

Bild 1.1 zeigt eine Schraubenfeder, die durch eine Kraft F belastet wird. Die Auslenkung x der Feder wächst in gleicher Weise wie die Federkraft F; F und x sind einander direkt proportional (das Zeichen $\sim$ bedeutet propor-

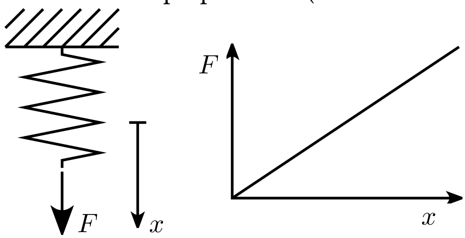
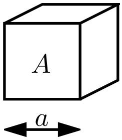
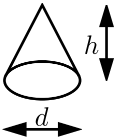


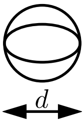
Bild 1.1 Schraubenfeder als Beispiel für einen linearen Zusammenhang: $F = c \cdot x \sim x$

(1) 

$$p = \frac{G}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{\rho g a^3}{a^2} = \rho g a \sim a$$

(2) 

$$p = \frac{G}{A} = \frac{\rho V g}{A} = \frac{1}{3}\rho g h = \frac{c}{3}\rho g d \sim h \sim d$$

(3) 

$$\frac{A}{V} \sim \frac{d^2}{d^3} \sim \frac{1}{d}$$

(4) $F_{\text{Wind}} \sim v^2$

$P = F_{\text{Wind}} \cdot v \sim v^3$

$\rightarrow v \sim \sqrt[3]{P}$

P	1	2	3	4	5
v	1	1,26	1,44	1,59	2

(5) $\dot{V} \sim d^4$

d	0,5	0,9	1	1,1	1,5
$\dot{V}$	0,06	0,66	1	1,46	4,06

Bild 1.2 *Nichtlineare* Zusammenhänge

tional). Die Steigung der Geraden wird durch die Federkonstante c festgelegt. Eine härtere Feder besitzt eine steilere Kennlinie. Bei einer weicheren Feder verläuft die Gerade flacher, denn die Kraft F führt zu einer größeren Auslenkung. Lineares Verhalten ist charakteristisch für kleine Abweichungen von einem Gleichgewichtszustand, Ursache und Wirkung sind einander direkt proportional. Lineares Verhalten ist uns vertraut. Es führt bei Abschätzungen nicht selten zu vernünftigen Resultaten.

An fünf Beispielen wird in Bild 1.2 gezeigt, warum man bei geometrischer Vergrößerung oder Verkleinerung keine gigantischen Insekten *konstruieren* kann und warum Berge nicht in den Himmel wachsen. Wir beginnen in Beispiel (1) mit einem Würfel der Kantenlänge a, der mit seinem Gewicht G die Unterlage belastet. Wir fragen nach dem Druck p, der zwischen dem Würfel und der Unterlage herrscht. Dieser Druck wird Flächenpressung genannt, er ist gleich dem Gewicht G dividiert durch die Auflagefläche $A = a^2$. Das Gewicht G ist gleich der Masse m multipliziert mit der Erdbeschleunigung g, die Masse m ist das Produkt aus der Dichte ρ und dem Volumen $V = a^3$. Daraus folgt, dass die Flächenpressung p proportional der Kantenlänge a

ist und somit unbeschränkt mit a anwächst. Ein hinreichend großer Würfel würde durch sein Eigengewicht erdrückt werden, wenn die Flächenpressung die materialabhängige maximale Druckfestigkeit übersteigt.

Man mag einwenden, dass die geschilderten Verhältnisse bei einem weniger einfachen Körper als dem Würfel anders sein könnten. Hierzu wird als Beispiel (2) ein Kegel mit konstantem Verhältnis von Höhe h zu Durchmesser d am Fußpunkt dargestellt, d. h. $h/d = c =$ konstant. Das Kegelvolumen ist gleich der Grundfläche A mal der Höhe h dividiert durch 3. Damit folgt analog zum ersten Beispiel die Aussage, dass die Flächenpressung p der Höhe h (und dem Durchmesser d) direkt proportional ist. In beiden Beispielen wächst das Gewicht mit der dritten Potenz, aber die Grundfläche wächst nur mit der zweiten Potenz der Körperabmessung. Der Quotient aus beiden Größen ist die Flächenpressung, diese ist proportional zur Körperabmessung und wächst mit dieser unbeschränkt an. Das sind einfache Beispiele für *nichtlineares* Verhalten.

Der Basisdruck (die Flächenpressung) am Fuße eines Körpers ist der Erdbeschleunigung g direkt proportional. Die Erdbeschleunigung g ist durch die Masse der Erde und deren Durchmesser eindeutig festgelegt. Die Marsbeschleunigung beträgt $37\,\%$ der Erdbeschleunigung, denn der Mars hat eine geringere Masse als die Erde. Also erlaubt der Mars höhere Berge als die Erde. Die höchste Erhebung auf dem Mars ist der Olympus Mons, ein erloschener Vulkan mit etwa $26\,\mathrm{km}$ Höhe. Der Mount Everest als höchster Berg der Erde ist etwa $8{,}8\,\mathrm{km}$ hoch. Hierzu ein Zahlenbeispiel: In Beispiel (2) ist der Basisdruck $p = \rho\, g\, h/3$ am Fuße eines Berges. Exemplarisch nehmen wir die Materialwerte von Granit an, dessen Dichte ρ beträgt $2800\,\mathrm{kg/m^3}$ und die Druckfestigkeit wird mit etwa $160\,\mathrm{N/m^2}$ angegeben. Damit folgt für einen Berg mit der Höhe $8{,}8\,\mathrm{km}$ am Boden eine Druckbelastung von $82\,\mathrm{N/m^2}$, das entspricht der Hälfte der Druckfestigkeit von Granit. Andere Gesteine haben andere Druckfestigkeiten, Basalt liegt über und Kalkstein liegt unter dem Wert von Granit. Daneben gibt es andere Gründe (Verwitterungsprozesse, Gleitebenen bei unterschiedlichen Gesteinsformationen u. a.) dafür, dass die Höhe der Berge auf der Erde (neben der Abhängigkeit von Dichte und Erdbeschleunigung) begrenzt ist. Mathematiker, Naturwissenschaftler und Ingenieure denken gerne in Proportionalitäten, denn diese beschreiben die grundsätzlichen Eigenschaften.

Beispiel (3) stellt eine Umkehrung der vorausgegangenen Beispiele dar. Wir wollen damit die Frage beantworten, warum es in der Natur eine Mindestgröße für Warmblüter wie Säugetiere und Vögel gibt. Hierfür stellen wir uns eine Maus vereinfacht als Kugel mit dem Durchmesser d vor. Um eine bestimmte Körpertemperatur aufrechtzuerhalten muss der Körper für das Verbrennen der aufgenommenen Nahrung sorgen. Der Vorgang der Umwandlung von Energie aus der Nahrung in Wärmeenergie ist dem Körpervolumen V und damit der dritten Potenz der Körperabmessung d proportional. Die Abgabe der Körperwärme nach außen erfolgt über die Kugeloberfläche A, diese ist dem Quadrat von d proportional. Damit wird das Verhältnis von Wärmeabgabe zur Energieumwandlung im Inneren proportional zu dem Kehrwert der Körperabmessung d und folglich mit kleiner werdendem Körper immer ungünstiger. Es hat also energetische Gründe, warum es in der Natur keine sehr kleinen Warmblüter gibt. Kleine Vögel müssen andauernd nach Nahrung suchen, um ihren Energiebedarf zu decken. Bei großen Tieren gibt es das umgekehrte Problem des Wärmestaus. So dienen die großflächigen Ohren der Elefanten der Wärmeabgabe.

In Beispiel (4) wird ein PKW betrachtet, dessen Geschwindigkeit v variiert werden soll. Bei schneller Fahrt dominiert der Luftwiderstand F_{Wind}; er ist proportional dem Quadrat der Geschwindigkeit v. Die zur Überwindung des Luftwiderstandes notwendige Leistung P ist gleich dem Produkt aus F_{Wind} und v, somit proportional zur dritten Potenz der Geschwindigkeit v, also $P \sim v^3$. Also ist v proportional der dritten Wurzel aus P. Das bedeutet: Eine Verdopplung der Motorleistung erhöht die Geschwindigkeit nur um 26 %, denn die dritte Wurzel aus 2 ist 1,26. Eine vierfache Motorleistung erhöht die Geschwindigkeit um 59 %, denn die dritte Wurzel aus 4 ist 1,59. Erst eine achtfache Leistung würde zu einer Verdopplung der Geschwindigkeit führen, denn die dritte Wurzel aus 8 ist 2. Konkretes Beispiel: Ein PKW erreicht mit einer Motorleistung von 45 kW eine Geschwindigkeit von 150 km/h. Eine Verdopplung der Leistung auf 90 kW erhöht die maximale Geschwindigkeit um 26 %, also auf etwa 190 km/h. Eine vierfache Leistung von 180 kW würde die Geschwindigkeit um 59 % erhöhen, also auf 250 km/h. Eine Verdopplung der Geschwindigkeit von 150 auf 300 km/h würde eine achtfache Leistung und somit 360 kW erfordern. Hier wirkt die Nichtlinearität noch deutlicher als in den drei vorangegangenen Beispielen.

Beispiel (5) hat mit dem menschlichen Körper und mit Wasserleitungen zu tun. Aus der Strömungsmechanik ist bekannt, dass bei einer (laminaren) Strömung durch ein Rohr der Volumenstrom $\dot{V}$ (gleich Volumen pro Zeit, der Punkt auf dem Symbol $\dot{V}$ bedeutet „pro Zeiteinheit“) der vierten Potenz des Rohrdurchmessers D proportional ist. Das bedeutet, dass schon geringe Veränderungen des Durchmessers zu drastischen Veränderungen des Volumenstromes führen. Eine Zunahme des Durchmessers von 10 % führt zu einer Zunahme des Volumenstromes um 46 %, denn $1,1^4 = 1,46$. Eine Zunahme des Durchmessers um 50 % führt zu einem Volumenstrom, der um 406 % größer ist als zuvor, denn $1,5^4 = 4,06$. Dieser Effekt wird vom menschlichen Körper bei starker körperlicher Anstrengung ausgenutzt. Die Adern weiten sich und erhöhen damit den Blutdurchsatz. Das Gegenteil, eine

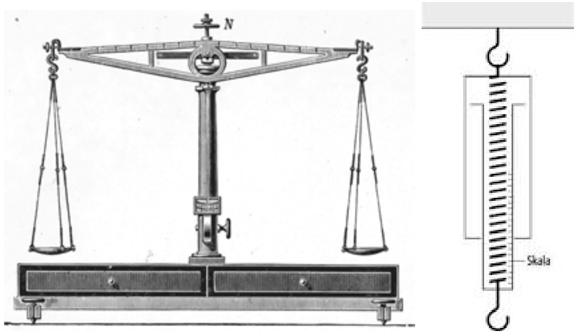


Bild 1.3 Balkenwaage und Federwaage

Verringerung des Durchmessers, tritt bei der Arterienverkalkung auf. Eine Verringerung des Durchmessers auf $90\,\%$ des ursprünglichen Wertes führt zu einem Volumenstrom, der noch $66\,\%$ des ursprünglichen Wertes beträgt, denn $0,9^4 = 0,66$. Bei einer Verringerung des Durchmessers auf $50\,\%$ geht der Volumenstrom gar auf $6\,\%$ zurück, denn $0,5^4 = 0,06$. Das sollte Rauchern zu denken geben. Es muss hinzugefügt werden, dass sich bei starker körperlicher Anstrengung nicht nur die Adern weiten, sondern als zweiter Effekt der erhöhte Herzschlag für eine Zunahme des Volumenstroms in den Adern sorgt. Ein ähnlicher Effekt ist bei einer Duschwanne zu beobachten. Nur wenige Haare im Ablauf verringern den Abfluss des Wassers deutlich. Die Querschnittsfläche verringert sich durch die dünnen Haare nur unwesentlich, aber die Ränder, an denen die Reibung wirkt, nehmen deutlich zu.

Nach der Einführung in nichtlineare Phänomene folgen einige Bemerkungen zur *Messtechnik*. Auf Bauernmärkten werden neben Federwaagen auch Balkenwaagen verwendet, Bild 1.3. Stellen Sie sich vor, Sie kaufen auf dem Markt in unserer Kreisstadt Goslar (geographische Höhe etwa $300\,\mathrm{m}$) und auf dem Markt in meinem Wohnort Clausthal-Zellerfeld (Höhe knapp $600\,\mathrm{m}$) ein kg Kirschen. Hat die mit der Höhe abnehmende Erdbeschleunigung einen Einfluss auf die Menge der Kirschen, wenn diese auf Märkten in unterschiedlicher geographischer Höhe gekauft werden? Die Antwort lautet, dass es auf das *Messprinzip* der Waage ankommt.

In Bild 1.3 ist links eine Balkenwaage dargestellt. Das Messprinzip besteht darin, die Menge der Kirschen mit einem Normgewicht ins Gleichgewicht zu bringen. Da die Erdbeschleunigung in gleicher Weise auf die Kirschen und auf das Normgewicht wirkt, kürzt sich der Einfluss der Erdbeschleunigung heraus. Also erhalten Sie auf unterschiedlichen Höhen die gleiche Menge Kirschen. Wird die Menge der Kirschen jedoch mit einer Federwaage (rechts im Bild) ermittelt, so erhält man in größerer Höhe mehr Kirschen, da die Auslenkung der Feder der Kraft, also dem Gewicht gleich Masse mal Erdbeschleunigung, proportional ist. Da die Erdbeschleunigung mit zunehmender Höhe abnimmt, wird auch die Feder weniger weit ausgelenkt; die Waage zeigt weniger Gewicht an. Ich habe neutral von Menge gesprochen, denn daran ist der Käufer interessiert. Eine korrekte Formulierung muss zwischen Masse (umgangssprachlich Menge) und Gewicht unterscheiden, wobei Gewicht gleich Masse mal Erdbeschleunigung ist.

Dieses einfache Beispiel macht deutlich, dass die Messung physikalischer Größen alles andere als trivial ist. In der Regel wird eine gesuchte Größe nicht direkt gemessen, sie wird zumeist indirekt über eine andere Größe ermittelt. Wir lesen auf einem Fieberthermometer die Temperatur ab, weil sich mit zunehmender Temperatur das flüssige Quecksilber erwärmt und ausdehnt und somit in dem Röhrchen hoch steigt. Die Geschwindigkeit eines Autos wird durch die Anzahl der Umdrehungen eines Rades pro Zeiteinheit ermittelt. Bei zu niedrigem Reifen-Luftdruck gaukelt das Auto eine höhere Geschwindigkeit vor, bei zu stark aufgepumpten Reifen wird die Geschwindigkeit zu niedrig angegeben. Bei Segelflugzeugen wird die Geschwindigkeit über ein so genanntes Pitotrohr gemessen. Die Messgröße ist die Differenz zwischen dem Staudruck (der sich mit zunehmender Fluggeschwindigkeit erhöht) und dem umgebenden statischen Druck, der von der Flughöhe abhängt. Die Differenze wird dann auf dem Messgerät als Geschwindigkeit angezeigt. Auf einer Segelyacht geben die Umdrehungen eines Impellers im Rumpf die Geschwindigkeit durch das Wasser an. Verkrautungen des Impellers können das Ergebnis verfälschen.

Diese Beispiele verdeutlichen die Bedeutung der *Messtechnik*. Wer garantiert, dass vereinbarte Mengen korrekt gemessen werden? Es ist naheliegend, dass alle industrialisierten Länder hierfür (in der Regel staatliche) Einrichtungen geschaffen haben. In Deutschland wurde 1887 die *Physikalisch-Technische Reichsanstalt* (PTR) in Berlin gegründet. Nach dem Zweiten Weltkrieg wurde die PTR von Berlin (Ost) nach Braunschweig verlagert und neu aufgebaut. Sie trägt seither den Namen *Physikalisch-Technische Bundesanstalt* (PTB). Sämtliche Messgeräte werden von der PTB beaufsichtigt; sie überwacht deren Eichung und Kalibrierung. Die PTB ist in der Bevölkerung allgemein bekannt geworden durch die Normzeit, gesteuert durch eine Atomuhr. Daneben gibt es die *Bundesanstalt für Materialforschung und -Prüfung* (BAM), gleichfalls in Berlin. Die PTB und die BAM sind Einrichtungen des Bundes, das zuständige Ressort ist das Wirtschaftsministerium.

Neben der Mess- und Prüftechnik ist die Bedeutung der Normung nicht zu unterschätzen. Es gibt den Ausspruch »Wer die Norm setzt beherrscht den Markt«. Ein prägnantes Beispiel dafür ist die Entwicklung der Videokassetten. Alle Experten waren sich seinerzeit darüber einig, dass das 1982 von

1	2	4	8	16	32	64	128
256	512	...					2^{15}
							2^{23}
							2^{31}
							2^{39}
							2^{47}
							2^{55}
						...	2^{63}

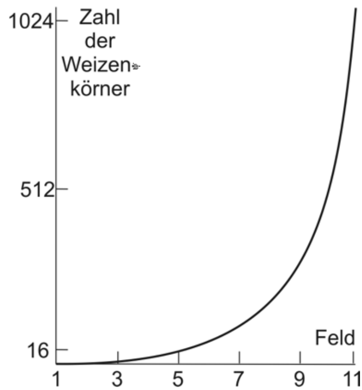


Bild 1.4 Das indische Schachbrettmärchen

Sony eingeführte professionelle Videoformat Betacam dem von JVC 1987 eingeführten System VHS (später verbessert in S-VHS) für Heimvideos technisch überlegen war. Die Marktmacht hat seinerzeit das technisch unterlegene System zum Marktführer werden lassen. Dieses Phänomen wird als *Collingrigde-Dilemma* bezeichnet, auf das ich in Kap. 38 eingehen werde.

Nach diesem Ausflug in die Messtechnik zurück zum Phänomen *Nichtlinearität*, das dafür verantwortlich ist, dass wir Wachstumsprozesse selten richtig einschätzen. Hierzu ein klassisches Beispiel. Ein indischer König soll von einem Schachspiel, das ein weiser Brahmane ihm vorgestellt hatte, so begeistert gewesen sein, dass er dem Brahmanen die Erfüllung eines Wunsches zusagte. Dieser erbat sich ein Weizenkorn für das erste, zwei für das zweite, vier für das dritte Feld des Schachbretts. Jedes folgende Feld sollte mit doppelt so vielen Körnern wie das vorangegangene Feld belegt werden. Dem König erschien diese Bitte in Unkenntnis von Wachstumsgesetzen bescheiden und er sagte deren Erfüllung zu. Bild 1.4 zeigt die Unerfüllbarkeit des Wunsches. Im 64. Feld liegen $2^{63} = 9{,}223 \cdot 10^{18} = 9,223$ Billiarden Körner. Ein Weizenkorn wiegt etwa $45\,\mathrm{mg}$. Somit enthält alleine das 64. Feld $415\,\mathrm{Milliarden\,t}$ Weizen. Das ist das 700-fache der Weltjahresernte 2003, diese lag bei $590\,\mathrm{Millionen\,t}$. Die gesamte Weltgetreideproduktion betrug etwas über $2\,\mathrm{Milliarden\,t}$, davon entfielen jeweils etwa $30\,\%$ auf Mais, Reis und Weizen.

Ähnliche Wachstumsgesetze finden wir sehr häufig. Stellen wir uns vor, eine Seerose würde so rasch wachsen, dass sich ihre Fläche täglich verdoppele. Frage: Wann bedecken die Seerosen den Teich vollständig, wenn es bis zur halben Abdeckung 30 Tage gedauert hat? Antwort: Am 31. und nicht am 60. Tag! Trotz unserer mehr oder weniger intensiven mathematischen Vorbildung haben wir große Probleme, uns derartige Wachstumsprozesse vorzustellen. Der Grund liegt darin, dass wir gedanklich stets linearisieren. Daher werden im nächsten Abschnitt Wachstumsgesetze diskutiert. Dabei werden wir Überraschungen erleben und erkennen, dass das Verständnis von Wachstumsgesetzen ein entscheidender Schlüssel für die weiteren Ausführungen darstellt.

Bei dem indischen Schachbrettmärchen liegt exponentielles Wachstum vor, das wir im nächsten Kapitel vorstellen werden. An die Stelle der Zeit tritt beim Schachbrett das Vorwärtsschreiten von Feld zu Feld. Bei jedem Schritt findet eine Verdopplung statt. Ein analoges Beispiel behandelt folgende Frage: Wie hoch wird ein Stapel, wenn ein Blatt Papier der Dicke $d = 0{,}1\,\mathrm{mm}$ fünfzigmal gefaltet wird? Ein Stapel mit 500 Bogen DIN A4 ist etwa $5\,\mathrm{cm}$ hoch. Die Antwort ist genauso überraschend wie bei dem Schachbrettmärchen. Das Wachstumsgesetz lautet nunmehr $x_{n+1} = 2x_n$, da bei jedem Falten eine Verdopplung stattfindet. Das Verhältnis von Höhe h des Stapels zur Stärke d des Blattes ist nach einer Faltung 2, also beträgt die Höhe $0{,}2\,\mathrm{mm}$. Nach zehn Faltungen wird $h/d = 2 \cdot 10^{10} = 1{,}024 \cdot 10^3$, der Stapel ist dann schon etwa $10\,\mathrm{cm}$ hoch. Nach 20 Faltungen erreicht der Stapel eine Höhe von gut $100\,\mathrm{m}$, nach 30 Faltungen gut $100\,\mathrm{km}$, nach 40 Faltungen gut $10\,000\,\mathrm{km}$. Schließlich wird nach 50 Faltungen $h/d = 2 \cdot 10^{50} = 1{,}126 \cdot 10^{15}$. Bei einer Papierstärke $d = 0{,}1\,\mathrm{mm}$ erhält man eine Dicke von etwa $10 \cdot 10^{14}\,\mathrm{mm} = 10 \cdot 10^8\,\mathrm{km}$. Das entspricht dem 10 000-fachen des Erddurchmessers!

Ein ähnliches Beispiel war vor einiger Zeit im Fernsehen in einem Ratespiel zu sehen. Dort sollte geschätzt werden, wie oft man einen recht großen Teppich falten könne. Die Kandidaten lagen mit ihren Schätzungen gnadenlos daneben. Probieren Sie das einmal mit einem DIN A4 Blatt aus. Sie werden es sechsmal falten können; falls Sie über Hände wie Schraubstöcke verfügen vielleicht noch ein siebtes Mal. An diesen Beispielen wird deutlich, dass wir kein Gefühl für exponentielles Wachstum besitzen. Das liegt daran, dass wir gedanklich zumeist linearisieren. Wir werden im nächsten Kapitel bei der Behandlung typischer Wachstumsgesetze erneut auf unsere fehlende Sensibilität für exponentielles Wachstum eingehen.

Nichtlineare Zusammenhänge sind typisch für viele Phänomene in Natur und Technik. Die erste dokumentierte Formulierung eines nichtlinearen Zusammenhangs stammt von Galileo Galilei, einem maßgeblichen Wegbereiter der Naturwissenschaften. Die ersten bedeutenden Leistungen im Sinne unserer heutigen Mechanik, jener grundlegenden Disziplin zur Erklärung der Welt, sind von Galilei im Jahr 1638 in seinen berühmten *„Discorsi"* niedergelegt worden. Hier seien die Gesetze des freien Falles, des schiefen Wurfes und seine theoretischen Untersuchungen über die Tragfähigkeit eines Balkens erwähnt, die den Beginn der Festigkeitslehre darstellen. Bei Letzterem handelt es sich um die vermutlich älteste Formulierung eines nicht-

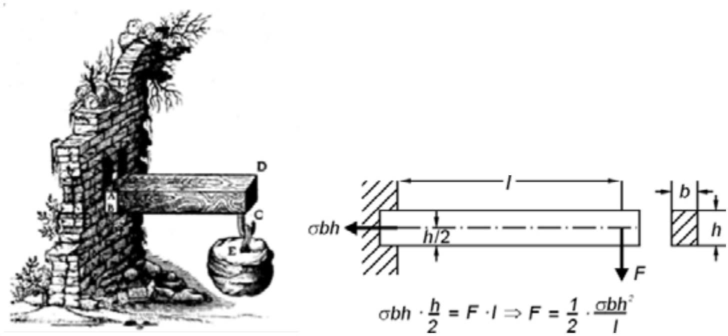


Bild 1.5 Balkentheorie nach Galilei, Bild links aus *„Geschichte der mechanischen Prinzipien"* (Szabo 1979)

linearen Zusammenhangs, dass die Festigkeit eines belasteten Balkens von seiner Breite linear, aber von seiner Höhe quadratisch abhängt, Bild 1.5.

Galilei nahm an, dass der Balken beim Zerbrechen an der unteren Kante des eingemauerten Endes dreht und an allen Stellen des Querschnittes dem Zerbrechen den gleichen Widerstand entgegensetzt. Die Resultierende der Widerstandskraft, wobei σ die Spannung, b die Breite und h die Höhe des Balkens darstellen, greift nach Galilei im Schwerpunkt des Querschnittes an der eingemauerten Stelle an. Das Momentengleichgewicht um die untere Kante liefert die dargestellte Beziehung. Dabei ist l die Länge des Balkens und F die senkrecht nach unten wirkende Kraft. Wir wissen heute, dass Galileis Annahme von den gleichen Spannungen in dem Querschnitt falsch ist. Sein Resultat, dass die Bruchfestigkeit der Breite b und dem Quadrat der Höhe h direkt und der Länge umgekehrt proportional ist, ist jedoch qualitativ richtig. Eine Verdopplung der Balkenbreite b wird demnach die Bruchfestigkeit verdoppeln, eine Verdopplung der Höhe h wird diese jedoch vervierfachen.

Galilei hat seine Überlegungen in einer damals üblichen Dialogform dargestellt. Darin diskutieren Simplicio, ein Anhänger der Lehren des Aristoteles, Sagredo, ein fortschrittlich gesinnter und gebildeter Laie und Salviati, ein die Lehren Galileis verfechtender Wissenschaftler miteinander. Galilei lässt Sagredo in seinen *„Discorsi"* sagen: »Von der Wahrheit der Sache bin ich überzeugt [...], warum bei verhältnisgleicher Vergrößerung aller Teile nicht im selben Maße auch der Widerstand zunimmt«. Auch vor Galilei haben die Zimmerleute aus Erfahrung die längere Kante eines Balkens stets senkrecht gelegt, um die Tragfähigkeit eines Balkens zu erhöhen.

Ständig stoßen wir auf nichtlineare Zusammenhänge. *„Nehmen wir an, die Kuh ist eine Kugel ... "* (Krauss 1996) lautet ein prägnanter Buchtitel. Stellen wir uns den Körper einer Modellkuh als Kugel mit dem Durchmesser D und die Beine als Zylinder mit dem Durchmesser d vor. Nun wollen wir die Kuh geometrisch um den Faktor zehn vergrößern, wobei geometrische Vergrößerung bedeutet, das Verhältnis d/D konstant zu halten. Damit wachsen das Volumen und die Masse des Körpers um den Faktor 1000, denn $V \sim D^3$. Die Querschnittsfläche A der Beine wächst jedoch nur um den Faktor 100, denn $A \sim d^2$. Das Verhältnis von Querschnittsfläche der Beine zu Volumen des Körpers wird damit immer kleiner, je größer unsere Modellkuh gedacht wird. Da die Festigkeit der Beine bei geometrischer Vergrößerung immer mehr abnimmt, wird die Modellkuh irgendwann unter ihrer eigenen Last zusammenbrechen. Wenn Sie also in einem Science-Fiction-Film Spinnen von der Größe eines Elefanten sehen, dann wissen Sie nunmehr, dass das grober Unfug ist. Auch die umgekehrte Vorstellung ist lehrreich. Kleine Insekten können auf einer Wasseroberfläche laufen. Die Oberflächenspannung des Wassers reicht aus die Tiere zu tragen.

Zusammenfassend möchte ich zwei Dinge deutlich betonen. Zum einen spielt die *Skalierung* (wie groß oder klein ist ein System?) eine wesentliche Rolle. Zum anderen haben wir bei dem Beispiel der Modellkuh gesehen, dass man schon mit stark vereinfachten Modellen zu entscheidenden Aussagen kommen kann. Natürlich ist die Kuh keine Kugel. Mit ein wenig mehr Aufwand können wir die Kuh als Ellipsoid darstellen, wobei dann das Verhältnis von großer und kleiner Halbachse konstant gehalten wird. Damit kommen wir der Wirklichkeit ein wenig näher. Wir erhalten jedoch kein grundsätzlich anderes Ergebnis als im Fall einer Kugel. Daran können wir erkennen, worin die Kunst des *Modellierens* liegt. Es geht dabei darum, ein System so weit zu vereinfachen, dass die entscheidenden relevanten Folgerungen gezogen werden können. Die Kunst liegt in der Beschränkung auf das Wesentliche. Es gilt das viel zitierte Bonmot: »Alle Modelle sind falsch, aber einige Modelle sind nützlicher als andere«. Anders formuliert, es geht stets darum, die erste nichttriviale Lösung zu finden.

Das Phänomen Skalierung führt zu Gigantismus, wenn es allein um die Frage geht, welche Lasten oder wie viele Passagiere man mit einem Flugzeug, einem Schiff oder einem LKW transportieren kann. Es handelt sich damit nicht um ein technisches sondern ein ökonomisches Problem. Es ist wirtschaftlicher, 500 Passagiere in einem Großraumflugzeug mit 500 Sitzen (A 380) zu transportieren als in zwei Flugzeugen mit 250 Sitzen (A 320). Ein Kreuzfahrtschiff mit 4000 Passagieren ist wirtschaftlicher zu betreiben als zwei Kreuzfahrtschiffe mit 2000 Passagieren. Das gleiche gilt für LKWs und Busse. Voraussetzung bei dieser Argumentation ist eine volle Auslastung. Ist diese nicht gewährleistet, dann relativiert sich das Ganze. Daher gibt es im Flugverkehr sehr preisgünstige Last Minute Tickets, um Flugzeuge auszulasten. Das simple Prinzip *the bigger the better* hat seine Grenzen. Es ergibt nur auf viel befahrenen Routen Sinn. Beim Starten und Landen eines Flugzeugs wird eine Wirbelschleppe induziert. Je größer das Flugzeug ist, umso energieintensiver ist die Wirbelschleppe. Also muss der zeitliche Abstand zwischen Starts und Landungen größer werden. Große Kreuzfahrtschiffe und Container können immer weniger Häfen anlaufen. Das erschwert die Logistik an Land in beträchtlicher Weise, von Umweltproblemen ganz zu schweigen. Es hat wirtschaftliche Gründe, wenn Fluggesellschaften bei der Order von Großraumflugzeugen wie dem Airbus 380 oder der Boeing 747 zunehmend zurückhaltender werden.

Das *Prinzip Nichtlinearität* ist von zentraler Bedeutung für alle weiteren Betrachtungen. Ausgehend von einem linearen Phänomen wie der Schraubenfeder wurden Beispiele behandelt, bei denen sich die interessierenden Größen mit der zweiten, dritten oder gar vierten Potenz relevanter Größen verändern. Das Phänomen *Skalierung* ist auch außerhalb natürlicher und technischer Phänomene von großer Bedeutung. Organisationssoziologen machen deutlich, dass Firmen mit einer überschaubaren Anzahl von Mitarbeitern wesentlich effizienter arbeiten als große Konzerne. Von der Flexibilität und insbesondere der Umsatzrendite der *„Hidden Champions“* (Simon 2012) können große Konzerne wie Volkswagen, BMW, Daimler-Benz, Siemens, Thyssen-Krupp, Bayer Leverkusen und andere nur träumen. Der Niedergang der US-amerikanischen Autoindustrie, charakterisiert durch den Begriff *Detroitirisation*, ist hierfür ein Beleg. Weitere werden folgen.

2. Wachstumsgesetze

Wenn man Entwicklungen analysieren und beeinflussen will muss man wissen, wie sich relevante Größen zeitlich verhalten. Manche sind gutmütig, andere nicht. In diesem Kapitel wird deutlich, dass das dynamische Verhalten von Zustandsgrößen qualitativ sehr verschieden sein kann, und dass sich daraus drastische Konsequenzen ergeben. Die zeitliche Veränderung dynamischer Größen setzt sich aus einem Wachstums- und einem Abnahmeanteil zusammen. So wird etwa die Entwicklung der Bevölkerung von der Geburten- und der Sterberate bestimmt.

Wir beginnen mit dem Wachstum und wollen uns unter der Menge x ein verzinsliches Kapital, die Weltbevölkerung, das Bruttosozialprodukt eines Landes, dessen Energieverbrauch, die Zahl der Verkehrsunfälle pro Jahr oder die Verschuldung eines Landes vorstellen. Bei abnehmenden Mengen x können wir an nicht nachwachsende Rohstoffe, an Primärenergieträger wie Kohle, Erdöl und Erdgas oder an landwirtschaftlich nutzbare Flächen denken. Mit dieser Aufzählung wird der Bezug zu natürlichen und technischen Systemen deutlich. Man kann Wachstum (und Abnahme) mathematisch auf zweierlei Arten darstellen:

- Durch die Änderung der Wachstumsgeschwindigkeit $\mathrm{d}x/\mathrm{d}t$, der zeitlichen Änderung $\dot{x}$ (genannt Rate) in Abhängigkeit von der Menge x. Wir schreiben $\mathrm{d}x/\mathrm{d}t = f(x)$ und bezeichnen das als *Ratenansatz*.
- Durch die Änderung der Menge x in Abhängigkeit von der Zeit t. Wir sagen, die Menge x ist eine Funktion der Zeit t, schreiben kurz $x = f(t)$ und bezeichnen das als *Wachstumsgesetz*.

Mathematisch Kundige erkennen, dass beide Beschreibungen über die mathematischen Operationen *Integration* bzw. *Differentiation* miteinander verknüpft sind. Aus dem Ratenansatz folgt durch Integration das Wachstumsgesetz (die integrale Zunahme der Menge). Aus dem Wachstumsgesetz folgt durch Differentiation der Ratenansatz (die differenzielle zeitliche Änderung der Menge). Die mathematischen Zusammenhänge zwischen beiden Ansätzen werden nach den Bildunterschriften unter *Herleitung* »versteckt.« Mathematisch weniger belastbare Leser können die Herleitungen überspringen. Sie müssen das Ergebnis dann glauben. Im Text werde ich versuchen, die Zusammenhänge anschaulich zu erläutern. Für die verschiedenen Wachstumsgesetze sind jeweils links der Ratenansatz und rechts das Wachstumsgesetz dargestellt.

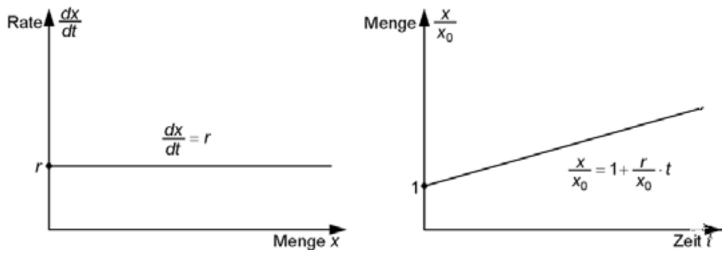


Bild 2.1 *Lineares* Wachstum
Herleitung: Die Rate $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = r$ ist konstant. Nach einer Integration folgt $\int \mathrm{d}x = r \int \mathrm{d}t + C$, damit $x = rt + C$. Die Integrationskonstante C wird mit $x(t = 0) = t_0$ zu $C = x_0$. Dabei ist x_0 die Anfangsmenge zu der Zeit $t = 0$. Es folgt das rechts dargestellte Wachstumsgesetz $\frac{x}{x_0} = 1 + \frac{r}{x_0} t$.

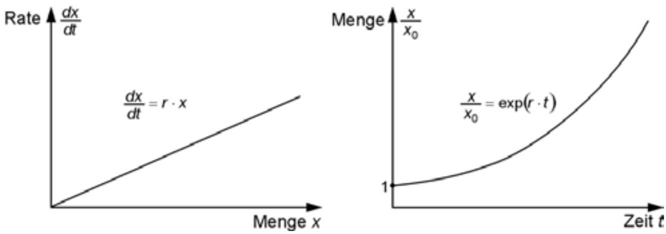


Bild 2.2 *Exponentielles* Wachstum
Herleitung: Die Rate wächst linear mit der Menge an, das beschreibt die Gerade im linken Bild. Aus dem Ansatz $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = rx$ folgt nach Integration $\int \frac{\mathrm{d}x}{x} = r \int \mathrm{d}t + C$ und daraus $\ln x = rt + C$. Wegen $x(t = 0) = x_0$ wird die Integrationskonstante $C = \ln(x_0)$ und es folgt $\ln x - \ln x_0 = \ln \frac{x}{x_0} = rt$. Nach Entlogarithmierung folgt daraus das rechts dargestellte exponentielle Wachstumsgesetz $\frac{x}{x_0} = exp(rt)$.

Wir beginnen mit dem *linearen* Wachstum, Bild 2.1. Bei konstanter Rate r ist die Zunahme der Menge x unabhängig von der Menge. In gleichen Zeitabständen wächst die Menge x um gleiche Beträge an. Das führt zu einer linearen Zunahme der Menge x mit der Zeit t. Bei Vergrößerung der Wachstumsrate r verläuft die Gerade $x(t)$ steiler, bei Verkleinerung flacher. In der Natur kommt lineares Wachstum selten vor. Beispiele sind das Anwachsen einer Oxidschicht oder Eisschicht.

Bild 2.2 zeigt das *exponentielle* Wachstum, das wichtigste Wachstumsgesetz überhaupt. Wachstumsgesetze dieser Art treten sehr häufig auf. Die Zunahme oder Abnahme der Bevölkerung ist der Bevölkerung direkt proportional, der Zuwachs des Kapitals infolge Verzinsung ist dem Kapital proportional. Letztere Aussage würde nur bei kontinuierlicher Verzinsung zutreffen, tatsächlich verzinsen die Geldinstitute jedoch diskontinuierlich in jährlichem Rhythmus. Exponentielles Wachstum bedeutet, dass die Rate li-

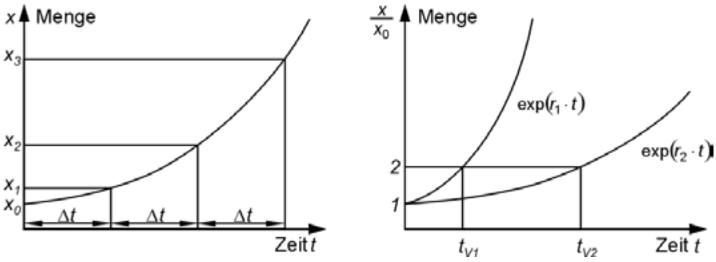


Bild 2.3 Charakteristische Eigenschaften des *exponentiellen* Wachstums

near mit der Menge x anwächst. Je mehr Menschen x vorhanden sind, umso mehr werden geboren oder sterben in einer Zeiteinheit. In der Regel werden die Geburtenrate b (*birth*), die Sterberate d (*death*) und die Wachstumsrate $r = b - d$ auf ein Jahr bezogen. In den meisten Industrieländern liegen die Wachstumsraten der Bevölkerung unter $1\,\%$ pro Jahr. Deutschland, Japan und Russland haben seit einiger Zeit ein negatives Wachstum, also eine Abnahme der Bevölkerung. Etliche Schwellen- und Entwicklungsländer haben jährliche Wachstumsraten von 2 bis $3\,\%$, teilweise noch mehr.

Der Vergleich der Bilder 2.1 und 2.2 verdeutlicht anschaulich den mathematischen Zusammenhang zwischen den Darstellungen Ratenansatz und Wachstumsgesetz. Der Ratenansatz stellt die Geschwindigkeit dar, mit der sich die Menge x zeitlich ändert. Ist die Änderung konstant, so muss der Anstieg (mathematisch die erste Ableitung) der Kurve $x = f(t)$ konstant sein, Bild 2.1. In Bild 2.2 nimmt die Geschwindigkeit, mit der sich die Menge x zeitlich ändert, mit der Menge selbst zu. Damit muss der Anstieg der Kurve $x = f(t)$ mit wachsender Menge und mit zunehmender Zeit selbst anwachsen. Die Wachstumskurve $x = f(t)$ wird immer steiler.

Da das exponentielle Wachstum eine herausragende Rolle spielt, wollen wir die Diskussion darüber mit Bild 2.3 noch ein wenig vertiefen. Es ist $x_1/x_0 = x_2/x_1 = x_3/x_2 = \ldots$. Das bedeutet, die Menge x wächst in gleichen Zeitabständen Δt um den gleichen Faktor an (beim linearen Wachstum dagegen um den gleichen Betrag Δx). Von besonderer Bedeutung ist die Verdopplungszeit t_V: Nach welcher Zeit hat sich ein Anfangswert x_0 verdoppelt, ist also aus x_0 der Wert $2x_0$ geworden? Wegen $\ln 2 = 0{,}693 = rt_\mathrm{V}$ gilt t_V ist ungefähr 70 geteilt durch den Wachstumsparameter r: $t_v \approx 70/r$, dabei ist r in Prozent einzusetzen.

Eine konstante Zunahme der Bevölkerung von $2\,\%$ pro Jahr (dieser Wert ist für einige Schwellenländer realistisch) würde zu einer Verdopplungszeit von 35 Jahren führen, bei einer Wachstumsrate von $3{,}5\,\%$ verdoppelt sich eine Bevölkerung in 20 Jahren. Auch bei dem in Bild 1.4 dargestellten indischen Schachbrettmärchen liegt exponentielles Wachstum vor. An die Stelle

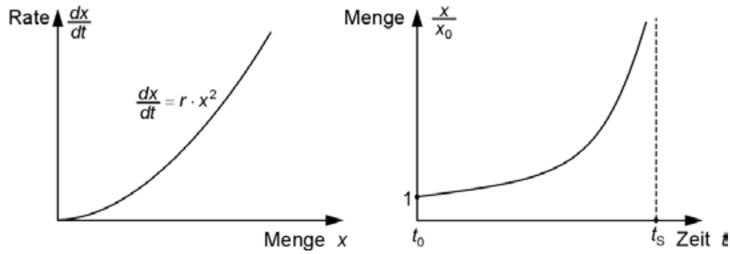


Bild 2.4 *Hyperbolisches* Wachstum
Herleitung: Die Rate $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ möge quadratisch mit der Menge x anwachsen, d. h. $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = rx^2$. Aus $\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2} = r \int \mathrm{d}t + C$ erfolgt nach Integration $-\frac{1}{x} = rt + C$. Die Integrationskonstante C wird wegen $x(t = t_0) = x_0$ zu $C = -rt_0 + \frac{1}{x_0}$ und es folgt $\frac{x}{x_0} = \frac{1}{1 - r\,x_0(t - t_0)}$. Dieser Ausdruck geht für $r\,x_0(t - t_0) = 1$ gegen unendlich. Die dazugehörige Zeit t_S (S = Singularität) folgt aus $t_S = t_0 + 1/(r\,x_0)$.

der Zeit tritt dort das Vorwärtsschreiten von Feld zu Feld. Bei jedem Schritt findet eine Verdopplung statt. Die Exponentialfunktion ist die einzige Funktion, deren Funktionswert gleich der zeitlichen Ableitung ist. Sie ist in gewisser Weise geheimnisvoll, siehe Kap. 26.

Es gibt Fälle in der Natur, bei denen Größen noch rascher wachsen als beim exponentiellen Wachstum. Das ist bei chemischen Reaktionen häufig der Fall. Wir können ein allgemeines Wachstumsgesetz als $\mathrm{d}x/\mathrm{d}t = rx^n$ schreiben; dann bedeutet der Exponent $n = 0$ ein lineares Wachstum (siehe Bild 2.1) und $n = 1$ ein exponentielles Wachstum (Bild 2.2). Ist der Exponent $n > 1$, so spricht man von *hyperbolischem* Wachstum, auch als *überexponentielles* Wachstum bezeichnet.

Bei exponentiellem Wachstum strebt die Menge x nach unendlich langer Zeit gegen Unendlich. Bei dem hyperbolischen Wachstum tritt die Katastrophe schon nach endlicher Zeit ein. Wir nehmen in Bild 2.4 eine quadratische Zunahme der Zuwachsrate mit der Menge an. Die Zeitspannen, in denen sich die Menge verdoppelt, werden immer kürzer. Hyperbolisches Wachstum führt in biologischen Systemen beim Überschreiten einer Grenze zwangsläufig zu einer Katastrophe.

Die in Bild 2.4 dargestellte hyperbolische Funktion strebt schon für endliche Zeiten gegen unendlich große Werte. Man nennt die Stelle, an der die Funktion im Unendlichen verschwindet, eine *Singularität*. Der Index S soll auf die Singularität hindeuten. Der Ratenansatz $\mathrm{d}x/\mathrm{d}t = r\,x^2$ spielt in der Ökosystemforschung eine Rolle. So haben Sardinen und ähnliche Fischarten es schwer, sich bei kleiner Populationsdichte x zu vermehren. Ihre Fortpflanzungschancen werden mit steigender Dichte immer besser bis zu einem Niveau, auf dem die Überbevölkerung ihre Fortpflanzung wieder hemmt. Aus diesem Grund werden bei niedrigen Populationsdichten Wachstumsgesetze dieser Art beobachtet, worauf in Kap. 10 bei dem Problem der Überfischung eingegangen wird. Je größer der Wachstumsparameter r ist, desto früher wird die Singularität erreicht. Bei hyperbolischem Wachstum wird die Verdopplungszeit ständig kleiner. Ein derartiges Wachstum kann die Natur bestenfalls über einen bestimmten Zeitraum aufrechterhalten. Irgendwann müssen andere Wachstumsgesetze greifen, wie das logistische Wachstum in Bild 2.8, auf das wir sogleich zu sprechen kommen werden.

Bild 2.5 zeigt exemplarisch die Entwicklung der Weltbevölkerung seit dem Jahr 1700. Die Balken stellen den jährlichen Zuwachs innerhalb von zehn Jahren dar. Dieser ist bis zu dem Zeitraum 1980–1990 stetig bis auf gut 80 Millionen pro Jahr angestiegen und geht seither leicht zurück. Die Zahlen basieren auf Daten der Vereinten Nationen, die alljährlich einen Weltbevölkerungsbericht herausgeben. Die Prognosen erfolgen auf Basis von vier Szenarien, denen unterschiedliche Geburtenraten und Sterberaten zu Grunde liegen. Publiziert wird stets die mittlere, die wahrscheinlichste Variante. Bis vor einigen Jahren wurden daneben eine hohe und eine niedrige Variante angegeben. Seit einigen Jahren wird eine vierte Variante nach dem Prinzip BAU (*business as usual*) hinzugefügt, die *konstante Variante* genannt wird. Diese Variante bedeutet, dass die derzeitigen Geburten- und Sterberaten in die Zukunft extrapoliert werden. Der Autor kann dem Bild entnehmen, dass in seinem Geburtsjahr 1937 die Weltbevölkerung nur wenig über zwei Milliarden lag. Bild 2.6 zeigt die vier Varianten aus dem UN-Weltbevölkerungsbericht 2015.

Nach diesem Exkurs komme ich auf die drei bisher geschilderten Wachstumsgesetze zurück. Sie sind Spezialfälle einer allgemeinen Wachstumsbeziehung $\mathrm{d}x/\mathrm{d}t = rx^n$, wobei der Exponent n der Menge x verschiedene Werte annehmen kann. Es sei erwähnt, dass chemische Reaktionen nach ähnlichen Gesetzen ablaufen. Mit dem Exponenten n bezeichnet man dann die Ordnung einer Reaktion. Die Größe r in dem verallgemeinerten Ratenansatz wird Reaktionsgeschwindigkeitskonstante genannt, darin ist die Reaktionskinetik (wie rasch läuft eine Reaktion ab?) verborgen. Der Exponent n muss nicht notwendigerweise ganzzahlig sein. Je größer der Exponent n ist, umso rascher wächst die Menge x mit der Zeit t an. Für alle Exponenten n größer Eins liegt hyperbolisches Wachstum vor; die Menge x wächst dann schon für endliche Zeiten über alle Grenzen.

Bisher war stets das Anwachsen der Menge x dargestellt, das Wachstum. Im Gegensatz dazu ist Abnahme negatives Wachstum. Der einzige Unterschied liegt darin, dass die Wachstumsrate r in dem Ratenansatz nunmehr negativ ist. Aus der Wachstumsrate wird dann eine Abnahmerate. In der Realität gibt es immer ein Nebeneinander von Wachstum und Abnahme. Ein