

Stefan Einbock

STATISTIK

DER BETRIEBSFESTIGKEIT

schnell verstehen & anwenden!

2. vollständig überarbeitete und erweiterte Auflage

Ihre Vorteile:
+ 11 Excel-Tools
+ Klare Sprache
+ Erklärende Beispiele

Auf den Punkt:

- Treppenstufenversuche auswerten
 - Ausreißer finden und bewerten
 - Sicherheitsfaktoren berechnen
 - Vertrauensbereiche verstehen
 - Dauerfestigkeiten auswerten
 - Wöhlerlinien auswerten
-

Dr.-Ing. Stefan Einbock



studierte allgemeinen Maschinenbau an der Hochschule Esslingen, der Nanyang Technological University of Singapore und promovierte an der TU Dresden im Bereich der Betriebsfestigkeit.

Das theoretische Wissen zur Betriebsfestigkeit und Zuverlässigkeit vermittelt er in Kooperation mit dem Verein deutscher Ingenieure (VDI) als erfolgreicher Seminarleiter der Seminare „Betriebsfestigkeits-berechnung“ sowie „Bauteile robust auslegen und effizient erproben“. Außerdem hält er regelmäßig Vorträge an Hochschulen.

Bei der Robert Bosch GmbH leitet er im Geschäftsbereich Powertrain Systems das Kompetenzzentrum Metalle.

Stefan Einbock

STATISTIK DER BETRIEBSFESTIGKEIT

schnell verstehen & anwenden

2. vollständig überarbeitete und erweiterte Auflage

Mit

46 Grafiken,
11 Excel-Tools und
begleitendem Blog <http://einbock-akademie.de/blog>



Bibliografische Informationen der Deutschen Nationalbibliothek:

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliographische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© 2018 Stefan Einbock, <http://einbock-akademie.de>

Umschlaggestaltung: Albert Memet, <http://design-zoo.info>

Herstellung und Verlag: BoD - [Books on Demand](#), Norderstedt

ISBN: 978-3-7528-3764-3

Statistik ist eine Zusammenfassung von Methoden, welche uns erlauben vernünftige Entscheidungen im Falle von Ungewissheit zu treffen.

W. Allen Wallis; Harry V. Roberts (1956)

VORWORT


Neben dem Leichtbau werden die Methoden der Betriebsfestigkeit vor allem aus wirtschaftlichen Gründen oder der Energieeinsparung eingesetzt. Bauteile können dadurch genauer auf die Belastungen und Einsatzzeiten ausgelegt werden. Bei geringst möglichem Materialeinsatz lassen sich somit Bauteile stärker auslasten und Tragreserven heben.

Zunehmend wird bereits in frühen Phasen der Produktentwicklung ein rechnerischer Nachweis der Betriebsfestigkeit gefordert. Ingenieure aus Konstruktions- und Entwicklungsabteilungen übernehmen diese Aufgabe mehr und mehr. Simulationsingenieure nutzen die Methoden der Betriebsfestigkeit immer häufiger zur Interpretation der Berechnungsergebnisse, da vorhandene Grenzwerte stärker hinterfragt werden. Außerdem kommt Simulationsingenieuren neben der Berechnung vermehrt die Aufgabe der Interpretation der Spannungen zu.

Versuchsingenieure benötigen zur Interpretation der Erprobungsergebnisse und zur Auslegung von Versuchen das Hintergrundwissen der Betriebsfestigkeit.

Eine Einarbeitung in das Fachgebiet der Betriebsfestigkeit ist oftmals schwierig. Unter anderem wegen der Statistik. Mühsam und zeitintensiv habe ich mich in die Statistik der Betriebsfestigkeit eingearbeitet. Dabei ist dieses Buch entstanden, das

- sich auf die wichtigsten Methoden der Statistik fokussiert,
- eine schnelle Einarbeitung in die Statistik bietet,
- verständlich geschrieben ist und viele Abbildungen enthält,
- eine einfache Anwendung im beruflichen Alltag ermöglicht,
- die Auswertung von Versuchen genauso behandelt wie die Berechnung von Sicherheitsfaktoren.

Dieses Buch ergänzt die theoretischen Methoden um Werkstoff- und Berechnungsdaten. Außerdem erhalten Sie kostenlos praktische Exceltools. Dadurch können Sie das Wissen direkt im beruflichen Alltag anwenden. Die entsprechenden Kapitel sind mit  markiert.

Um eine **schnelle Einarbeitung** zu gewährleisten, fokussiert dieses Buch auf die wichtigsten Methoden und beschränkt sich auf die absolut notwendige Mathematik. Zusätzlich finden Sie noch hilfreiche Tipps und Erfahrungen zu einer deutlichen Steigerung der Lerneffizienz.

Für eine **verständliche Vermittlung** des Inhaltes werden viele Abbildungen genutzt, die das Geschriebene untermalen. Es wird zusätzlich bewusst eine einfache, klare Sprache verwendet (der berufliche Alltag ist kompliziert genug). Zur Festigung des Verständnisses wird die Theorie außerdem durch umfangreiche praxisrelevante Übungen ergänzt.

Zur **einfachen Anwendung** der Methoden finden Sie nützliche Excel-Tools. Diese decken den Inhalt der wichtigsten Methoden dieses Buches ab und stehen Ihnen zum kostenlosen Download zur Verfügung. Sie können diese Tools auf



http://einbock-akademie.de/download/statistik_betriebsfestigkeit

herunterladen. Das Passwort finden Sie in der Fußnote von Seite 92. Ergänzend finden Sie umfangreiche Werkstoffdaten und Erfahrungswerte. Dies ermöglicht Ihnen eine Auslegung Ihrer Bauteile auch ohne eigene Versuche. Da die Datenauswertung oftmals mit Excel geschieht, werden für die wichtigsten Gleichungen die Excel-Formeln in folgender Form angegeben:

$$\mathbf{EXCEL:} = \text{MITTELWERT}(x_1; x_2; \dots x_n).$$

Dieses Buch versetzt Sie dadurch in die Lage,

- die Hintergründe zu verstehen
- Versuchsdaten (z. B. Wöhlerlinien) statistisch mit Hilfe von Wahrscheinlichkeitsnetzen und der Regression auszuwerten
- Sicherheitsfaktoren Ihrer Bauteile zu berechnen und
- den Einfluss geringer Stichprobenumfänge zu bewerten.

Ich wünsche Ihnen genauso viel Freude beim Lesen und Anwenden der Methoden, wie ich sie beim Schreiben hatte und bin auf Ihre Rückmeldungen gespannt!

Stefan Einbock

Vaihingen Enz, Sommer 2018

DANKSAGUNG

Dieses Buch ist nebenberuflich entstanden. Hierbei haben mich ein paar Menschen besonders unterstützt und mich motiviert.


Insbesondere meiner Frau möchte ich für ihr Verständnis danken, und dafür, dass sie mich auch in den schwierigen Phasen ertragen und getragen hat. Es war sicherlich nicht immer einfach für sie das teilweise etwas abwesende Wesen in Ihrem Haus zu respektieren.

Daneben gilt meinen Eltern ein großes Dankeschön, für Ihre Mühen beim Korrekturlesen und die Motivation für dieses Projekt. Auch für die kritischen Anmerkungen und das stets offene Ohr gilt hier mein Dank.

Mein mittlerweile leider verstorbener Freund und Doktorvater Prof. Zammert hat mir die Betriebsfestigkeit schmackhaft gemacht und als guter Lehrer immer an mich geglaubt. Durch die vielen gemeinsamen Projekte und Seminare konnte ich viel von seiner Erfahrung lernen, was auch in dieses Buch eingeflossen ist.

Und natürlich gilt mein Dank auch all den Teilnehmern meiner Seminare und Besuchern meiner Homepage, da nur durch deren Rückmeldungen und intensive Diskussionen dieses Buch in der Form entstanden ist. Hier freue ich mich auch auf die weitere Zusammenarbeit und Rückmeldungen.

Inhalt

Vorwort	6
Danksagung	8
1 Kritik willkommen	12
2 Tipps zur effizienten Einarbeitung in die Betriebsfestigkeit	13
3 Assistent für den Einstieg	16
4 Grundlagen	17
4.1 Wichtige Maßzahlen	18
4.2 Wichtige Begriffe	20
4.3 Der Weg zur Dichtefunktion 	21
4.4 Der Weg zum Wahrscheinlichkeitsnetz 	24
4.5 Regressionsmethoden	31
4.5.1 Die Methode der kleinsten Quadrate	34
4.5.2 Maximum Likelihood Methode für unzensierte Daten	36
4.6 Die Wöhlerlinie 	39
4.7 Auf den Punkt	43
5 Wichtige Verteilungen der Betriebsfestigkeit	44
5.1 Die Normalverteilung 	44
5.2 Die logarithmische Normalverteilung 	50
5.3 Der Vertrauensbereich 	52
5.4 Auf den Punkt	57
6 Die Auswertung der Dauerfestigkeit	58
6.1 Das Treppenstufenverfahren nach Hück 	59
6.2 Das Treppenstufenverfahren nach Maximum Likelihood 	62
6.3 Das Abgrenzungsverfahren 	64
6.4 Das Probitverfahren 	67
6.5 Vergleich der Verfahren	70
6.6 Auf den Punkt	71
7 Auswertung der Wöhlerlinie	72

7.1	Der mittlere Verläufe der Wöhlerlinie	73
7.1.1	Auswertung nach dem Perlschnurverfahren 	74
7.1.2	Auswertung nach dem Horizontenverfahren	76
7.2	Das Streuband der Wöhlerlinie	79
7.2.1	Auswertung des Zeitfestigkeitsbereiches 	79
7.2.2	Auswertung des Dauerfestigkeitsbereiches 	83
7.3	Auf den Punkt	85
8	Die Sicherheitszahl	86
8.1	Die Sicherheit bezüglich Ausfallwahrscheinlichkeit	87
8.2	Die Sicherheit bezüglich Stichprobenrisikos	90
8.3	Auf den Punkt	92
9	Statistische Tests	93
9.1	Formulierung der Nullhypothese	93
9.1.1	Nullhypothese und Alternativhypothese	95
9.1.2	Fehler erster Art / Signifikanz	96
9.1.3	Fehler zweiter Art / Power	98
9.2	Test auf Normalverteilungen	100
9.2.1	Anderson-Darling-Test 	101
9.3	Ausreißer bewerten	107
9.3.1	Dean-Dixon-Test für kleine Stichproben 	109
9.3.2	Umgang mit Ausreißern	112
9.4	Test auf Unterschiede (der t-Test) 	114
9.4.1	Der Einstichproben t-Test	118
9.4.2	Zweistichproben t-Test für gleiche Varianzen	123
9.4.3	Zweistichproben t-Test für ungleiche Varianzen nach Welch	125
9.4.4	Zweistichproben t-Test für gepaarte Daten	126
9.5	Auf den Punkt	131
10	Formelzeichen	132
11	Wichtige Formeln	134
12	Englische Begriffe	139
13	Übungen	141

13.1	Übung 1: Wahrscheinlichkeitsnetz	141
13.2	Übung 2: Regression.....	142
13.3	Übung 3: Auswertung Wöhlerversuch.....	143
13.4	Übung 4: Sicherheitsfaktoren	144
13.5	Übung 5: Dauerfestigkeitsauswertung	145
14	Lösungen	146
14.1	Lösung zu Übung 1	146
14.2	Lösung zu Übung 2.....	155
14.3	Lösung zu Übung 3.....	159
14.4	Lösung zu Übung 4.....	165
14.5	Lösung zu Übung 5.....	168
15	Anhang.....	173
15.1	Schranken der Normalverteilung	173
15.2	Vertrauensbereiche	175
15.3	Wahrscheinlichkeitsnetze	177
15.3.1	Normalverteilung	177
15.3.2	Logarithmische Normalverteilung	178
16	Abbildungsverzeichnis	179
17	Literaturverzeichnis.....	181
18	Stichwortverzeichnis	189

1 KRITIK WILLKOMMEN

Dieses **Buch gefällt** Ihnen? Dann freue ich mich über eine Motivation für mein Tun und eine ehrliche Rückmeldung/einen ehrlichen Kommentar auf www.Amazon.de. Dies können Sie auch machen, wenn Sie das Buch nicht über Amazon gekauft haben.

Haben Sie einen **Fehler gefunden**, der sich trotz größtmöglicher Sorgfalt eingeschlichen hat? Dann freue ich mich ebenfalls über eine kurze Email.

Möchten Sie **Kritik äußern**? Bitte schreiben Sie mir dazu eine Email an die oben angegebene Email-Adresse. Über jedes faire Feedback bin ich dankbar!

Fallen Ihnen **weitere Themen** ein, die Sie außerdem gerne in einer künftigen Auflage behandelt hätten? Da dieses Buch von Ingenieuren für Ingenieure geschrieben ist, möchte ich es gerne in Diskussion mit Ihnen weiterentwickeln. Bitte senden Sie einfach Ihre Themenwünsche per Email an mich. Ich werde diese sammeln. Evtl. werde ich diese dann in meinem Blog veröffentlichen oder in einer künftigen Auflage berücksichtigen:
<http://einbock-akademie.de/blog>,



Als kleines Dankeschön erhalten Sie von mir zusätzliche Übungsaufgaben inkl. detaillierter Lösungen zum Thema der Statistik der Betriebsfestigkeit. Bitte senden Sie mir einfach eine kurze Email an kontakt@einbock-akademie.de und ich sende Ihnen eine PDF Datei zu.

2 TIPPS ZUR EFFIZIENTEN EINARBEITUNG IN DIE BETRIEBSFESTIGKEIT

Für viele wird die Einarbeitung in die Betriebsfestigkeit parallel zur Arbeit erfolgen. Deshalb ist es wichtig, diese so effizient wie möglich zu gestalten. Die Kapazität, welche zur Bearbeitung der Aufgaben zur Verfügung steht, kann man sich als ein leeres Glas vorstellen. Die Aufgaben kann man sich als Kugeln denken, wobei die Größe der Kugeln den Aufwand für die Aufgaben darstellt (siehe [Abbildung 2-1](#)).

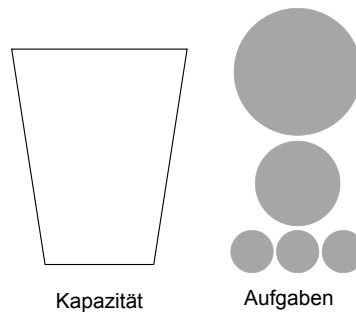


Abbildung 2-1: Kapazität vs. Aufgaben

Größtmögliche Effizienz wird erreicht, wenn möglichst viele Aufgaben innerhalb eines Tages erledigt werden können. Es ist aus Effizienzgründen sinnvoll eine einmal begonnene Aufgabe auch abzuschließen. Es macht beispielsweise keinen Sinn bei einer Einarbeitung immer nur eine halbe Seite des Buches zu lesen und dann am nächsten Tag weiterzumachen. Dadurch können Aufgaben nicht beliebig klein werden.

Die kleineren Aufgaben repräsentieren beispielsweise die Bearbeitung von Emails, den Austausch mit Kollegen oder die schnelle, kurzfristige Beantwortung von Fragen. Die großen Aufgaben sind beispielsweise das Einarbeiten in die Betriebsfestigkeit, oder die Auslegung eines Bauteiles. Aus Effizienzgründen ist es wichtig die Aufgaben in der richtigen Reihenfolge zu bearbeiten (siehe [Abbildung 2-2](#)).

Werden zuerst die vielen kleinen Aufgaben erledigt, (Variante 1 aus [Abbildung 2-2](#)), dann bleibt am Ende des Tages nicht genügend Zeit, um die großen Aufgaben zu erledigen. Beginnt man dagegen mit den großen Aufgaben zuerst und lässt sich durch die kleinen nicht ablenken, dann ist ausreichend Zeit vorhanden. Im schlimmsten Fall muss dann eine der kleineren Aufgaben auf den nächsten Tag geschoben werden.

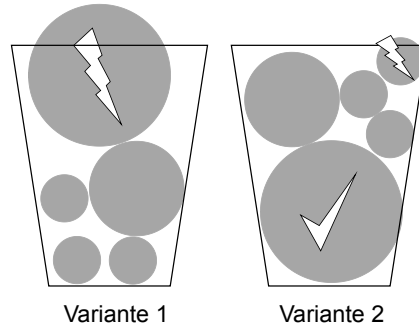


Abbildung 2-2: Einfluss der Reihenfolge bei der Aufgabenbearbeitung

Aus dieser Idee heraus ergeben sich sieben überraschend einfachen Tipps, wie Sie Ihre Lerneffizienz deutlich steigern können!

1. Legen Sie Ziele fest

Setzen Sie sich konkrete Ziele, die Ihnen einen direkten Nutzen bringen. Ideal ist es, wenn Sie z. B. formulieren: „Für das Bauteil meiner Konstruktion werde ich zum xx.xx.xxxx die Sicherheitsfaktoren berechnen.“ Halten Sie diese Ziele schriftlich mit einem Zieltermin fest. Dies gibt Ihnen einen Fokus und motiviert, da erreichte Ziele abgehakt werden können.

2. Setzen Sie sich feste Zeiten

Nehmen Sie sich konkrete Zeiten zum Lernen/Einarbeiten vor. Im beruflichen Alltag bieten sich hier oftmals die Wochentage Donnerstag oder Freitag an. Blocken Sie sich an einem dieser Tage min. zwei Stunden und nutzen diese für die Einarbeitung (das sind „nur“ 5 % Ihrer zur Verfügung stehenden Zeit). Beginnen Sie mit den schwierigsten und größten Aufgaben zuerst.

3. Verstehen Sie den Gesamtzusammenhang

Wenn Sie den Gesamtzusammenhang verstehen, hilft es Ihnen, das Gelernte in eine Struktur einzusortieren. Sie können sich dadurch besser fokussieren. Orientieren Sie sich beim Gesamtzusammenhang an der Gliederung dieses Buches. Die Lernzeit verkürzt sich und das Verständnis steigt.

4. Fertigen Sie Skizzen an

Versuchen Sie das Gelernte so einfach wie möglich in Skizzen festzuhalten. Je einfacher die Skizzen werden, umso besser haben Sie den Zusammenhang verstanden. Skizzen können auch Mind Maps sein oder kurze Skizzen, die den Zusammenhang zwischen Ursache und Wirkung über Blockschaltbilder darstellen.

5. Lassen Sie sich nicht ablenken

Dies bedeutet, dass Outlook geschlossen und das Telefon stumm geschaltet ist. Ideal ist es, wenn Sie im Homeoffice oder in einem abgeschlossenen Raum arbeiten können. Der Fokus auf die eine Aufgabe steigt.

6. Lehren Sie

Erklären Sie Ihren Kollegen und Vorgesetzten Ihr Vorgehen und Ihre Erfahrungen. Je einfacher (und kürzer) Sie erklären und die Rückfragen Ihrer Kollegen beantworten können, umso größer ist ihr Verständnis. Das müssen Sie üben. Können Sie eine Frage nicht beantworten, zeigt dies eine Lücke auf, die Sie durch zusätzliches Studium schließen können. Sie werden merken, dass Ihr Ansehen bei Ihren Kollegen steigt. Sie erreichen schrittweise einen Expertenstatus.

7. Belohnen Sie sich

Belohnen Sie sich nach erreichten Zielen. Dies können auch Kleinigkeiten sein, z. B. ein früherer Feierabend, ein Kaffee mit den Kollegen oder etwas Zeit mit der Familie. Wichtig ist, dass Sie das Gefühl haben, sich etwas Gutes zu tun. Das motiviert!

3 ASSISTENT FÜR DEN EINSTIEG

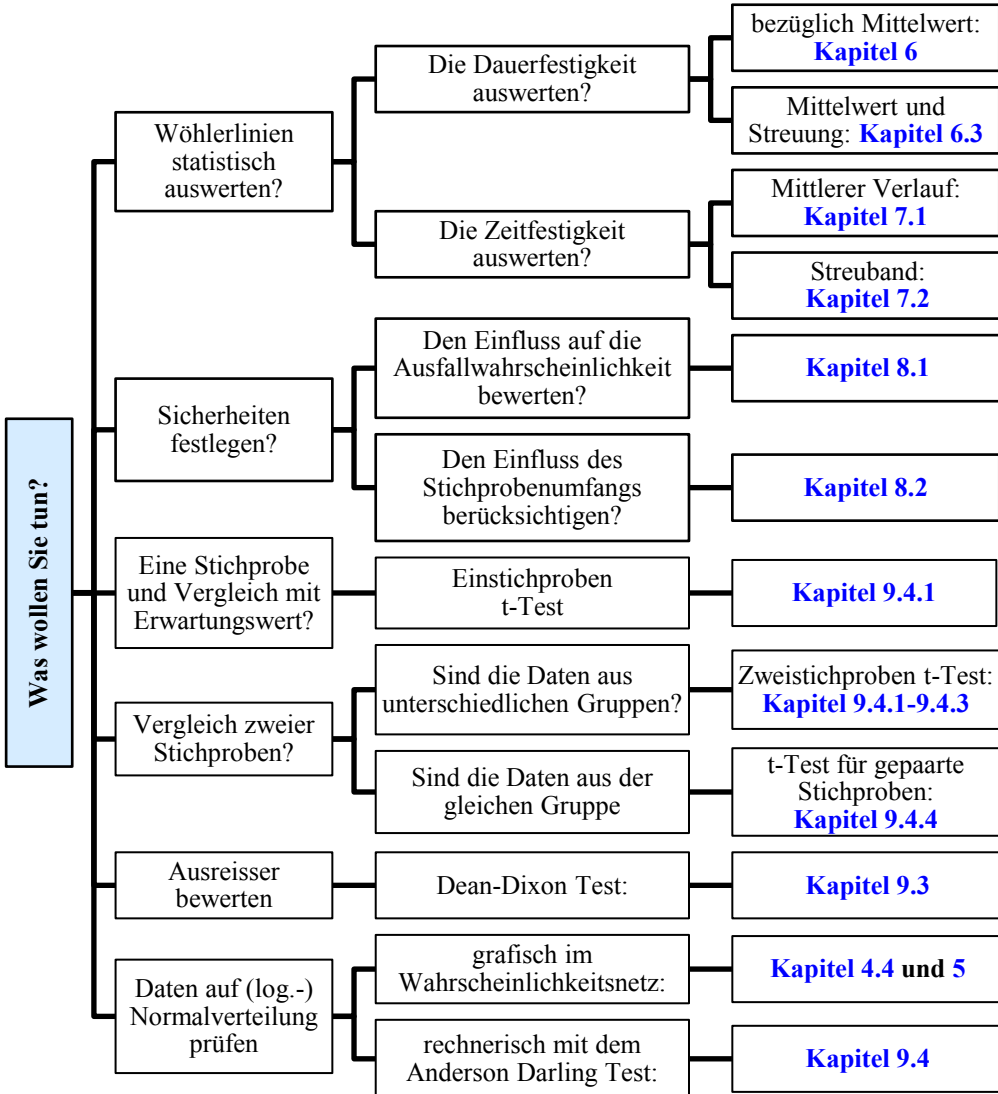


Abbildung 3-1: Assistent für den schnellen Einstieg

4 GRUNDLAGEN

Selbst bei Versuchen, die unter Laborbedingungen wiederholt werden, streuen die Ergebnisse. Das gilt für die in Zugversuchen ermittelten Zugfestigkeiten genauso wie für die in Wöhlerversuchen bestimmten Lebensdauern und führt dazu, dass einem Versuch kein eindeutiges Ergebnis zugeordnet werden kann. Jedes Ergebnis ist damit als Zufallsvariable mit einer Streuung aufzufassen.

Für die Bewertung der Versuchsergebnisse können die Methoden der Statistik verwendet werden. In [Kapitel 4.1](#) werden wichtige Maßzahlen zur Beschreibung der Ergebnisse vorgestellt.

Zur Interpretation der Versuche ist neben den im Versuch auftretenden Extremwerten und Mittelwerten auch die Verteilung der Ergebnisse interessant. D. h., es ist wichtig zu wissen, in welchen Bereichen sich die Ergebnisse häufen. Also wie sich die Ergebnisse verteilen. Die Bewertung der Verteilung erfolgt mathematisch über Verteilungsfunktionen. In [Kapitel 3.3](#) und [4.4](#) wird überwiegend mittels graphischer Methoden das Verständnis geschaffen. [Kapitel 4.5](#) liefert die mathematische Erklärung.

[Kapitel 3.3](#) erklärt anschaulich den Weg von den Versuchswerten zur Dichtefunktion. Die Dichtefunktion ist eine gute und anschauliche Möglichkeit die Häufung von Versuchsergebnissen zu visualisieren.

[Kapitel 4.4](#) beschreibt die Schritte zum Wahrscheinlichkeitsnetz. Das Wahrscheinlichkeitsnetz ist ein in der Betriebsfestigkeit sehr beliebtes Mittel zur Ermittlung der Ausfallwahrscheinlichkeiten von Versuchsergebnissen.

[Kapitel 4.5](#) schildert die für die Betriebsfestigkeit relevanten Verteilungsfunktionen und deren praktische Handhabung.

[Kapitel 4.6](#) zeigt alles Wissenswertes zur Wöhlerlinie auf.

4.1 WICHTIGE MAßZAHLEN

Einen ersten Eindruck über die Verteilung von Versuchsergebnissen kann man mit relativ einfachen Maßzahlen erreichen. Im Wesentlichen interessieren hier Kennwerte zur Beschreibung der im Mittel erreichten Messwerte (der Lage der Verteilung → Lageparameter) und Kennwerte zur Beschreibung der Streuung der Messwerte (der Form der Verteilung → Formparameter). Zusätzlich werden noch die wichtigsten Wahrscheinlichkeiten genannt.

Beschrieben werden diese Parameter am Beispiel gemessener Zugfestigkeiten des Stahls S350GD (siehe [Tabelle 4-1](#)).

Typische Maße für die Wahrscheinlichkeiten in der Betriebsfestigkeit sind:

Prozent (%)	$1 / 100 = 1\%$
Promille (‰)	$1 / 1\,000 = 1\text{‰}$
Parts per million (ppm)	$1 / 1\,000\,000 = 1\text{ ppm (Technische Null)}$

Der Mittelwert (Lageparameter):

Der Mittelwert \bar{x} (mathematisch: der empirische arithmetische Mittelwert) berechnet sich aus den Versuchsergebnissen x_i und der Anzahl n der Versuche:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (1)$$

Bezogen auf die Werte von [Tabelle 4-1](#) ist:

$$\bar{R}_m = \frac{R_{m1} + R_{m2} + \dots + R_{mn}}{n} = \frac{410 + 504 + \dots + 425}{12} = 431 \text{ MPa}$$

EXCEL: = MITTELWERT($x_1; x_2; \dots x_n$)

Den Mittelwert kann man sich als Schwerpunkt der Versuchswerte vorstellen, wenn jedem Versuchspunkt eine Masse zuordnet wird. Damit reagiert der Mittelwert sehr anfällig auf Ausreißer.

Der Median (Lageparameter):

Robuster gegenüber Ausreißern ist der Median. Unterhalb des Medians liegen genauso viele Versuchswerte wie oberhalb. Er teilt die Stichprobe in zwei gleich große Teile. Da der Median an der zentralen Stelle der Versuche steht, wird er auch als Zentralwert bezeichnet.

Zur Ermittlung des Medians werden die Versuchswerte der Größe nach sortiert ([Tabelle 4-1](#)). Bei einer ungeraden Anzahl von Versuchen ist der Versuchswert des mittleren Ranges der Median. Im Falle einer geraden Versuchsanzahl ist der Median der Mittelwert der beiden mittleren Ränge. Für das Beispiel [Tabelle 4-1](#) berechnet sich der Median aus dem Mittelwert der Zugfestigkeiten des Ranges 6 und 7:

$$\tilde{x} = \frac{R_{m,6} + R_{m,7}}{2} = \frac{434 \text{ MPa} + 435 \text{ MPa}}{2} = 434,5 \text{ MPa.}$$

EXCEL: = MEDIAN(x₁; x₂; ... x_n)

Tabelle 4-1: Versuchswerte von Zugversuchen eines S350GD

Links: sortiert nach der Versuchsreihenfolge

rechts: sortiert nach der Größe

Versuch Nr.	Zugfestigkeit R _m in MPa
1	410
2	504
3	459
4	444
5	411
6	434
7	463
8	359
9	390
10	441
11	435
12	425

Rang i	Versuch Nr.	Zugfestigkeit R _m in MPa
1	8	359
2	9	390
3	1	410
4	5	411
5	12	425
6	6	434
7	11	435
8	10	441
9	4	444
10	3	459
11	7	463
12	2	504

Die Varianz (Formparameter):

Mit Hilfe der Varianz s_x^2 (mathematisch: empirische Varianz) wird die mittlere quadratische Abweichung vom Mittelwert beschrieben. Die Summe der Abweichungen zum Mittelwert ($x_i - \bar{x}$) ist stets Null. Deshalb werden zur Berechnung der Varianz Abweichungen zum Mittelwert quadriert und aufsummiert und auf die Anzahl an Werten bezogen. Wird die Varianz aus der Stichprobe bestimmt, spricht man von der empirischen Varianz. Bei deren Berechnung muss der Mittelwert \bar{x} aus der Stichprobe berechnet (geschätzt) werden. Aus Sicht der Mathematik verliert man dadurch einen Freiheitsgrad. Deshalb wird nicht durch n , sondern $n - 1$ dividiert:

$$s_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1} \quad (2)$$

$$s_{R_m}^2 = \frac{(R_{m1} - \bar{R}_m)^2 + (R_{m2} - \bar{R}_m)^2 + \dots + (R_{m12} - \bar{R}_m)^2}{n - 1}$$

$$= \frac{(410 - 431)^2 + (504 - 431)^2 + \dots + (425 - 431)^2}{12 - 1}$$

$$= 1379 \text{ MPa}^2$$

EXCEL: = VARIANZA(x₁; x₂; ... x_n)