

Sabine Stephany

Sprache und mathematische Textaufgaben

**Eine empirische Untersuchung zu leser-
und textseitigen sprachlichen Einflussfaktoren
auf den Lösungsprozess**

Empirische Erziehungswissenschaft

herausgegeben von

Rolf Becker, Sigrid Blömeke, Wilfried Bos,
Hartmut Ditton, Cornelia Gräsel, Eckhard Klieme,
Thomas Rauschenbach, Hans-Günther Roßbach,
Knut Schwippert, Ludwig Stecher, Christian Tarnai,
Rudolf Tippelt, Rainer Watermann, Horst Weishaupt

Band 67

Sabine Stephany

Sprache und mathematische Textaufgaben

Eine empirische Untersuchung zu leser-
und textseitigen sprachlichen Einflussfaktoren
auf den Lösungsprozess



Waxmann 2018
Münster • New York

Diese Arbeit wurde 2016 von der Philosophischen Fakultät der Universität zu Köln als Dissertation angenommen.

Bibliografische Informationen der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.dnb.de> abrufbar.

Empirische Erziehungswissenschaft, Band 67

Print-ISBN 978-3-8309-3762-3

E-Book-ISBN 978-8309-8762-8

© Waxmann Verlag GmbH, 2018

Steinfurter Straße 555, 48159 Münster

www.waxmann.com

info@waxmann.com

Umschlaggestaltung: Pleßmann Design, Ascheberg

Druck: CPI books GmbH, Leck

Gedruckt auf alterungsbeständigem Papier,
säurefrei gemäß ISO 9706



Printed in Germany

Alle Rechte vorbehalten. Nachdruck, auch auszugsweise, verboten.
Kein Teil dieses Werkes darf ohne schriftliche Genehmigung des
Verlages in irgendeiner Form reproduziert oder unter Verwendung
elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

Für meine Eltern

Danksagung

Diese Arbeit wäre nicht entstanden ohne die Unterstützung der folgenden Personen, denen ich an dieser Stelle ganz herzlich danken möchte.

Mein besonderer Dank gilt meinem Doktorvater Prof. Dr. Michael Becker-Mrotzek, der diese Dissertation mit viel Geduld begleitet hat und mir für die inhaltliche Ausrichtung dieser Arbeit die notwendigen Freiheiten gelassen hat. Er hat mich während der ganzen Zeit immer mit Rat und Tat unterstützt. Seine Hinweise haben immer wieder geholfen, das Thema dieser Arbeit zu schärfen.

Ebenso danke ich Prof. Dr. Jörg Jost für die Übernahme der Zweitbetreuung. Seine Anregungen hatten einen erheblichen Anteil an der inhaltlichen Ausrichtung dieser Arbeit.

Herzlich danke ich Prof.in Dr. Gabriele Kniffka, die mich zuerst für das Thema Sprache im Fach begeistert hat. Sie war immer wieder eine große Hilfe bei allen linguistischen Fragen.

Danken möchte ich auch meinen Kolleginnen und Kollegen am Mercator-Institut für Sprachförderung und Deutsch als Zweitsprache und am Institut für Deutsche Sprache und Literatur II der Universität zu Köln, insbesondere Lale Altinay, Dr. Necla Bulut, Dr. Silvia Dahmen, Dr. Kathrin Hippmann, Dr. Simone Jambor-Fahlen, Dr. Marion Krause-Wolters, Valerie Lemke, Michaela Mörs, Vertr.-Prof.in PD Dr. Kirsten Schindler, Dr. Sabine Zepnik und Isabell Zieger für Unterstützung, inhaltlichen Austausch, Ratings und Korrekturen.

Jun.-Prof. Dr. Markus Linnemann danke ich für statistische und methodische Beratungen, Diskussionen über kognitive Psychologie und seine InDesign-Expertise. Außerdem danke ich Prof.in Dr. Kerstin Tiedemann für ihre Expertise hinsichtlich mathematischer Textaufgaben.

Bedanken möchte ich mich auch bei allen Mitgliedern des Forschungskolloquiums am Institut für Deutsche Sprache und Literatur II der Universität zu Köln für hilfreiche Rückmeldungen und Diskussionen. Mein Dank gilt außerdem der Kölner Graduiertenschule Fachdidaktik für die wissenschaftliche Begleitung während meiner Promotionszeit. Meinen Mitdokterandinnen und -doktoranden danke ich für anregende Diskussionen und eine schöne gemeinsame Zeit.

Die Datenerhebung für diese Arbeit hätte ohne die gezeichneten Tiere nicht stattfinden können, daher gilt mein herzlicher Dank Kim Müller-Florath für die Erstellung der Zeichnungen zu den Textaufgaben und Victor Brizuela für den ‚Löwen Leo‘. Ganz herzlich bedanken möchte ich

mich außerdem bei allen Lehrerinnen und Lehrern, die mir bereitwillig ihre Unterrichtszeit zur Verfügung gestellt haben und bei allen Kindern, die an den Untersuchungen teilgenommen haben.

Schließlich bedanke ich mich von ganzem Herzen bei Markus, bei meiner Familie und bei meinen Freunden, insbesondere bei meinem Bruder Thomas und bei Vanessa, bei Angela, Kerstin, Sonja, Nora und Jan. Danke für eure Unterstützung, eure Ermutigung und euer Verständnis. Mein größter Dank gilt meinen Eltern Antonie und Bernhard Stephany; euch ist diese Arbeit gewidmet.

Language and Mathematical Word Problems – Determinants of Difficulty in Solving Mathematical Word Problems from a Text Linguistic and Psychological Perspective

Summary

Research shows that there is a great difference between student's ability to solve numerical tasks and tasks in written form in math classes. Although it is widely accepted that language plays an important part in solving word problems, it is still unclear which linguistic aspects affect this process. Previous research mainly concentrated on isolated lexical and syntactical features on the surface of written tasks. The present study takes a different perspective and takes into account the fact that word problems are, at best, coherent texts whose understanding requires the construction of a mental representation, a situation model, by the reader. It is therefore assumed that language related difficulties while solving word problems are mainly caused by local and global inferences necessary to construct a coherent situation model.

The aim of the study at hand is to clarify whether the construction of a situation model while reading a word problem can be supported by making the text more coherent, so that there are fewer inferences to draw. This should facilitate the solving of word problems. In order to address this issue an experimental design was carried out with 352 students aged between 8 and 11 all speaking German as first or second language. A test consisting of four specifically designed word problems was created, each in a high and a low coherent version. The construction of a situation model was measured by evaluating pictures and sentences matching the word problem. Main findings showed that high-coherent word problems led to the construction of a more adequate situation model and to a higher frequency of correct solutions. The analysis was further differentiated for different groups of participants and linked to working memory, reading competence and reading monitoring. The overall results of this study indicate that low text coherence seems to be a crucial linguistic factor creating difficulties while solving mathematical word problems.

The results provide valuable indications for the formulation of comprehensible tasks and for helping students to understand word problems.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	15
2	Mathematische Textaufgaben im Kontext von Bildungs- und Schulsprache	19
3	Zusammenhänge zwischen Sprache und Textaufgaben	21
3.1	Mathematische Textaufgaben	22
3.1.1	Begriffsbestimmung	22
3.1.2	Der Textaufgabenbegriff in dieser Arbeit.....	24
3.1.3	Modelle zum Lösen von Textaufgaben	26
3.2	Sprache als Einflussfaktor auf das Bearbeiten von Textaufgaben	30
3.2.1	Sprachliche Einflussfaktoren – eine erste Annäherung.....	30
3.2.2	Detaillierte Betrachtung sprachlicher Einflussfaktoren.....	33
3.2.2.1	Forschungsüberblick.....	33
3.2.2.2	Zusammenfassung und Desiderata	39
3.2.3	Vorstudie zu sprachlichen Einflussfaktoren auf den Aufbau eines Situationsmodells beim Bearbeiten mathematischer Textaufgaben	41
3.2.3.1	Design, Methode und Material.....	41
3.2.3.2	Stichprobe und Durchführung.....	43
3.2.3.3	Ergebnisse.....	43
3.2.4	Fazit zum Forschungsstand	48
4	Textverständnis aus textlinguistischer und kognitionspsychologischer Perspektive.....	49
4.1	Kohärenz-etablierung aus textlinguistischer Perspektive	50
4.1.1	Kohärenz – Begriffsklärung.....	50
4.1.2	Explizite Kohärenzrelationen	51
4.1.3	Implizite Kohärenzrelationen	56
4.1.4	Mentale Kohärenzbildung.....	58
4.2	Textverständnis aus kognitionspsychologischer Perspektive.....	60
4.2.1	Verstehensprozesse auf Wort- und Satzebene.....	60
4.2.2	Verstehensprozesse auf Textebene	62
4.2.2.1	Ebene der Textoberfläche.....	63
4.2.2.2	Propositionale Ebene – Textbasis	64
4.2.2.3	Mentale Modelle.....	68

4.2.3	Construction-Integration-Model	71
4.2.4	Inferenzen.....	74
4.2.4.1	Lokale Inferenzen	75
4.2.4.2	Globale Inferenzen	78
4.3	Einflussfaktoren und Schwierigkeiten beim Textverständnis.....	79
4.3.1	Individuelle Einflussfaktoren beim Textverständnis.....	79
4.3.1.1	Die Rolle des Wortschatzes für das Textverständnis.....	81
4.3.1.2	Inferenzfähigkeit.....	82
4.3.1.3	Metakognitive Strategien beim Textverstehen.....	90
4.3.1.4	Fazit zur Rolle individueller Einflussfaktoren	93
4.3.2	Auswirkungen textueller Faktoren auf das Textverständnis.....	93
4.3.2.1	Einfluss der Textkohärenz.....	94
4.3.2.2	Einfluss der Textkohärenz unter Berücksichtigung der Lesekompetenz	97
4.3.2.3	Fazit zur Rolle textueller Einflussfaktoren	100
5	Zusammenfassung und Fragestellungen	101
6	Hypothesen	105
6.1	Hypothesen zu schülerseitigen Einflussfaktoren der Lesekompetenz	106
6.2	Hypothesen zu schülerseitigen Einflussfaktoren metakognitiver Strategien	107
6.3	Hypothesen zum textseitigen Einflussfaktor der Textkohärenz...	109
7	Untersuchungsdesign.....	114
8	Vorerprobung des Materials und der Durchführungsbedingungen	118
8.1	Stichprobe.....	118
8.2	Material.....	119
8.2.1	Hauptmessinstrument Textaufgaben.....	121
8.2.1.1	Textaufgabenheft – Beschreibung der Teilaufgaben	121
8.2.1.2	Validierung der Tier-Textaufgabenblöcke	127
8.2.1.3	Vorwissensaktivierung und Wortschatzvorentlastung.....	138
8.2.2	Instrumente zur Erhebung der Lese- und Sprachkompetenz ...	139
8.2.2.1	Leseverständnistest ELFE.....	139
8.2.2.2	Fragebogen Lesen.....	139
8.2.2.3	Lesemonitoringtest.....	145

8.2.2.4	Sprachstandstest: C-Test.....	152
8.2.3	Instrumente zur Erhebung der mathematischen Kompetenz ...	157
8.2.3.1	Deutscher Mathematiktest DEMAT 3+	157
8.2.3.2	Fragebogen Textaufgaben	157
8.2.4	Weitere Erhebungsinstrumente.....	162
8.2.4.1	Arbeitsgedächtnistest	162
8.2.4.2	Fragebogen zu biografischen Angaben und Schulnoten.....	168
8.3	Durchführung der Vorerprobung.....	169
8.4	Fazit der Vorerprobung des Materials	169
9	Hauptuntersuchung	172
9.1	Stichprobe.....	173
9.2	Material.....	176
9.2.1	Hauptmessinstrument Textaufgaben.....	176
9.2.1.1	Änderungen am Textaufgabenheft gegenüber der Vorerprobung.....	176
9.2.1.2	Beschreibung der Textaufgaben.....	178
9.2.1.3	Validität der linguistischen Manipulationen an den Textaufgaben	184
9.2.1.4	Gütekriterien der Tier-Textaufgaben als mathematische Konstrukte.....	185
9.2.1.5	Gütekriterien des Konstrukts Situationsmodell	187
9.2.2	Instrumente zur Erhebung der Lesekompetenz	196
9.2.2.1	Leseverständnistest ELFE.....	196
9.2.2.2	Lesemonitoringtest	196
9.2.2.3	Fragebogen Lesen.....	201
9.2.3	Instrumente zur Erhebung der mathematischen Kompetenz ...	206
9.2.3.1	Deutscher Mathematiktest DEMAT 3+	206
9.2.3.2	Fragebogen Textaufgaben	207
9.2.3.3	Mathematiktest ‚Zahlenfokus‘	209
9.2.4	Weitere Erhebungsinstrumente.....	215
9.2.4.1	Arbeitsgedächtnistest	215
9.2.4.2	Fragebogen zu biografischen Angaben und Schulnoten.....	218
9.3	Fazit zum Material	219
9.4	Durchführung der Hauptuntersuchung.....	220
10	Ergebnisse der Hauptuntersuchung.....	223
10.1	Hypothesen zu schülerseitigen Einflussfaktoren der Lesekompetenz	225

10.2	Hypothesen zu schülerseitigen Einflussfaktoren metakognitiver Strategien	230
10.3	Hypothesen zum Einfluss der Textkohärenz	236
11	Diskussion und Ausblick	253
11.1	Einfluss der Lese- und Inferenzfähigkeit auf die Konstruktion eines Situationsmodells einer Textaufgabe	255
11.2	Didaktische Implikationen aus den Erkenntnissen zu leserseitigen Einflussfaktoren	257
11.3	Einfluss der Textkohärenz auf den Aufbau eines Situationsmodells einer Textaufgabe	258
11.4	Didaktische Implikationen aus den Ergebnissen zur Textkohärenz	264
11.5	Grenzen der Arbeit und Ausblick	265
12	Zusammenfassung der Arbeit	267
13	Literatur	271
14	Anhang	284
14.1	Anhang A: Vorerprobung	284
14.2	Anhang B1: Bilder und Aussagen Hauptuntersuchung.....	290
14.3	Anhang B2: Fragebogen Lesen.....	292
14.4	Anhang B3: Lesemonitoring.....	294
14.5	Anhang B4: Mathematiktest ‚Zahlenfokus‘	295
14.6	Anhang B5: Fragebogen Textaufgaben	296
14.7	Anhang B6: Vorlage Geschichte schreiben/Malen.....	297
14.8	Anhang C: VERA-3-Aufgaben.....	298
15	Tabellenverzeichnis	301
16	Abbildungsverzeichnis.....	304

1 Einleitung

Das Sachrechnen gehört zu den Kernbereichen des Mathematikunterrichts in der Grundschule. Zwar findet sich in den Bildungsstandards für die Grundschule das Sachrechnen nicht mehr als eigener Inhaltsbereich (vgl. Sekretariat der ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland, 2004), allerdings

wird der Grundgedanke des Sachrechnens – die Modellierung einer Sachsituation mittels eines mathematischen Modells sowie die Interpretation der mathematischen Ergebnisse in der jeweiligen Sachsituation – zu einem eigenen allgemeinen, prozessbezogenen Kompetenzbereich erklärt und erhält damit ein besonderes Gewicht. (Franke & Ruwisch, 2010, S. 1)

Das Sachrechnen ist aber auch einer der schwierigsten Teilbereiche des Mathematikunterrichts. So zeigten Untersuchungen, dass Textaufgaben als Gegenstand des Sachrechnens im Vergleich zu Aufgaben in numerischer Form um bis zu 30% schlechter gelöst werden (vgl. Duarte, Gogolin & Kaiser, 2011; Schneeberger, 2009). Diese Diskrepanz in der Performanz zwischen textuell vermittelten und numerischen Aufgabenformaten führte in der kognitionspsychologischen Forschung bereits Mitte der 80er-Jahre des letzten Jahrhunderts zu der Feststellung, dass auch nichtmathematische Faktoren am Lösungsprozess beteiligt sein müssen: „This discrepancy strongly suggests that factors other than mathematical skill contribute to problem solving success“ (Cummins, Kintsch, Reusser & Weimer, 1988, S. 406). Cummins, Kintsch, Reusser und Weimer (1988) nahmen bereits damals an, dass Prozesse des Textverstehens einer der stärksten Einflussfaktoren auf das Lösen von Textaufgaben sind.

Dass sprachliche Kompetenzen an Bearbeitungsprozessen mathematischer Textaufgaben maßgeblich beteiligt sind, ist mittlerweile weitgehend unstrittig (vgl. Duarte, Gogolin & Kaiser, 2011; Gürsoy, 2015; Heinze, Herwartz-Emden, Braun & Reiss, 2011; Prediger, Wilhelm, Büchter, Gürsoy & Benholz, 2015): „Besides this purely mathematical knowledge, successful performance on word problems obviously requires linguistic knowledge“ (Verschaffel, Greer & de Corte, 2000, S. XIV). Trotzdem standen sprachliche Faktoren als Erklärungsansatz für die großen Schwierigkeiten von Schülerinnen und Schülern¹ beim Lösen von Textaufgaben

1 In dieser Arbeit wird für Konstrukte und Kategorien das generische Maskulinum verwendet. Gemeint ist dann sowohl die männliche als auch die weib-

lange nicht im Fokus der Forschung und der Schulpraxis. Erst seit Large-Scale-Studien wie TIMSS oder auch die Vergleichsarbeiten VERA-3 eine deutliche Leistungsdifferenz zwischen Zweitsprachlernenden und Muttersprachlern auch in der mathematischen Kompetenz feststellten (vgl. z.B. Bos, Wendt, Köller & Selzer, 2011), geriet die Sprache sowohl der Aufgabentexte als auch der Schülerinnen und Schüler als Erklärungsansatz zunehmend ins Blickfeld der Bildungsforschung. Studien zu Zusammenhängen zwischen sprachlichen Faktoren und dem Lösen mathematischer Textaufgaben haben sich seither vor allem auf Zweitsprachlernende konzentriert und dabei im Wesentlichen bildungssprachliche Merkmale der Textaufgabenoberfläche als schwierigkeitsgenerierend in den Blick genommen. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen sind bislang wenig ergiebig. Es bleibt nach wie vor ein Desiderat, welche sprachlichen Faktoren in welcher Form an Lösungsprozessen beteiligt sind und potenziell Schwierigkeiten auslösen können.

Praktisch relevant werden grundlegende Kenntnisse über schwierigkeitsbestimmende Faktoren beim Lösen von Textaufgaben in zweifacher Hinsicht: einerseits bei der Konstruktion von fairen Testaufgaben, andererseits aus didaktischen Gründen. Denn Textaufgaben als eine Form von Lernaufgaben sollten kein sprachlich bedingtes Lernhindernis darstellen. Das Wissen über schwierigkeitsgenerierende Faktoren dient somit als Grundlage für die Erstellung von Tests und für didaktische Entscheidungs- und Planungsprozesse, gerade auch im Hinblick auf einen sprachliche Faktoren berücksichtigenden Mathematikunterricht.

Vor dem Hintergrund dieser doppelten Relevanz verortet sich die vorliegende Arbeit: Ihr vorrangiges Ziel ist es, zur Aufklärung der Frage beizutragen, *welche sprachlichen Prozesse und Faktoren ursächlich für Schwierigkeiten beim Lösen mathematischer Textaufgaben sind*. Dabei werden lerner-, insbesondere aber auch textseitige Faktoren in den Blick genommen. Die Herangehensweise dieser Arbeit ist dabei neu, denn bislang wurde als lernerseitiger Faktor nahezu ausschließlich die Zweitsprache in den Fokus genommen. Die sprachlichen Prozesse beim Bearbeiten von Textaufgaben müssen m.E. jedoch differenzierter betrachtet werden und können daher nicht an einer einzelnen Gruppe festgemacht

liche Form. Dies ist nicht wertend gemeint, sondern geschieht ausschließlich zur besseren Lesbarkeit. Geht es in der Arbeit um konkrete Personen (z.B. Probandinnen und Probanden), wird die männliche und weibliche Form verwendet.

werden. Denn die generell bei allen Schülerinnen und Schülern unabhängig von ihrer Erstsprache zu beobachtenden Probleme beim Lösen von Textaufgaben im Gegensatz zum Lösen numerischer Aufgaben erfordern eine umfassende Erforschung sprachlicher Komponenten. Neben dieser Verengung bisheriger Forschungsbemühungen auf eine einzelne Schülergruppe wurden auch textseitige Faktoren bisher auf lexikalische und syntaktische Einheiten reduziert, ohne dabei den Text als Ganzes in den Blick zu nehmen.

Gemäß ihrem Ziel, den Einfluss sprachlicher Prozesse beim Lösen von Textaufgaben zu untersuchen, präzisiert die vorliegende Arbeit in ihrem Verlauf ihre Fragestellung sukzessive auf der Basis der einschlägigen Forschungsliteratur und über drei eigene Studien hinweg. Die erste Studie zeigt in Ergänzung zu anderen Studien anhand von mathematischen Testaufgaben der Grundschule die Relevanz der Sprache in mathematischen Aufgaben. Eine zweite, größer angelegte (Vor-) Studie zeigt als Ergebnis im Wesentlichen den Einfluss von Kohärenzbildungsprozessen auf das Textverständnis und Bearbeiten von Textaufgaben. Diese Erkenntnisse fließen in die Entwicklung präziserer Fragestellungen, die wiederum in einer dritten, experimentellen Studie überprüft werden.

Die vorliegende Arbeit gliedert sich in zwei Teile: (I) einen ersten vorwiegend theoretischen Teil und (II) einen empirischen Teil, der die experimentelle Studie umfasst. Der theoretische Teil untergliedert sich wiederum in vier Kapitel: In Kapitel 2 werden Textaufgaben als sprachlich vermittelte didaktische Textsorte zunächst im Kontext der aktuellen Diskussion um Bildungs- und Schulsprache verortet. An dieser Stelle wird bereits angedeutet, dass eine Analyse lexikalischer und (morpho-)syntaktischer Oberflächenmerkmale für die Beantwortung der Fragestellung dieser Arbeit nicht zielführend ist. In Kapitel 3 werden zuerst ‚mathematische Textaufgaben‘ als Forschungsgegenstand dieser Arbeit genauer beschrieben und eine Begriffsbestimmung für die vorliegende Arbeit vorgenommen: Textaufgaben werden hier als Texte im linguistischen Sinne aufgefasst. Sie sind demnach eine Folge kohärenter Zeichen mit kommunikativer Funktion, deren charakteristisches Merkmal die Darstellung einer konkreten Problemsituation ist, die mit mathematischen Mitteln zu beantworten ist. Um eine Verortung sprachlicher Einflussfaktoren innerhalb des mathematischen Modellierens vornehmen zu können, werden Modelle zu Bearbeitungsprozessen von Textaufgaben

erläutert. Nach Darstellung dieser für alle weiteren Überlegungen grundlegenden Aspekte, wird ein Überblick über Forschungsergebnisse zum Zusammenhang von sprachlichen Merkmalen und mathematischen Lösungsprozessen gegeben. Die vorliegenden Forschungsarbeiten fokussierten im Wesentlichen auf bildungssprachliche Oberflächenmerkmale der Lexik und Syntax. Da die vorliegende Arbeit Verstehensprozesse auf der Textebene in den Blick nimmt, wird Kapitel 3 mit der Darstellung einer eigenen qualitativen Vorstudie abgeschlossen. Diese Studie erweitert den Blick auf sprachliche Faktoren beim Bearbeiten mathematischer Textaufgaben über Oberflächenmerkmale der Wort- und Satzebene hinaus auf hierarchiehöhere Prozesse des Textverständnisses und analysiert dialogische Schülerbearbeitungen mathematischer Textaufgaben vor diesem Hintergrund hinsichtlich schwierigkeitsgenerierender Merkmale. Die Ergebnisse dieser Studie liefern erste Hinweise darauf, dass Kohärenzbildungsprozesse und vorhandenes oder fehlendes Weltwissen eine große Rolle beim Verstehen mathematischer Textaufgaben spielen. In Kapitel 4 wird dieses Erkenntnis aufgegriffen und es werden weitere theoretische Grundlagen hinsichtlich textseitiger und lernerseitiger Kohärenz für eine quantitative Studie erarbeitet. Dabei wird in diesem Kapitel eine andere Perspektive eingenommen und Prozesse des Textverständnisses unabhängig von mathematischen Prozessen erläutert. Den Abschluss des Theorieteils bildet Kapitel 5. In diesem Kapitel werden die dargestellten Erkenntnisse zu Lösungsprozessen und Schwierigkeiten beim Bearbeiten mathematischer Textaufgaben mit Erkenntnissen zur Kohärenz aus textlinguistischer Sicht und zur Verarbeitung textuellen Inputs aus kognitionspsychologischer Perspektive zusammengeführt und darauf basierend Fragestellungen für eine quantitative Studie entwickelt. Diese Studie geht der Frage nach, inwiefern auch bei Textaufgaben sowohl hierarchiehöhere Merkmale der Lesekompetenz als auch textseitige Merkmale der Textkohärenz einen Einfluss auf den Lösungsprozess mathematischer Textaufgaben haben.

Den zweiten Teil der vorliegenden Arbeit bildet die experimentelle Studie (Kapitel 6–10), die in ihrer Struktur in Kapitel 7 dargelegt wird. Daran anschließend wird detailliert auf die Vorerprobung des neu entwickelten und des bereits bestehenden Materials eingegangen (Kapitel 8), bevor die Stichprobe, das endgültige Material sowie die Durchführung der Hauptuntersuchung erläutert werden (Kapitel 9). Ein weiteres Kapitel präsentiert die Ergebnisse der experimentellen Studie (Kapitel 10), die dann abschließend in Kapitel 11 diskutiert werden.

I. Theoretischer Teil

2 Mathematische Textaufgaben im Kontext von Bildungs- und Schulsprache

Im Kontext der aktuellen Diskussion um Zusammenhänge zwischen fachlichem und sprachlichem Lernen hat sich in den letzten Jahren in der deutschsprachigen Debatte der Begriff der Bildungssprache als zentral etabliert. Mit dem Konstrukt Bildungssprache als eigenem Register, das sich von der Alltagssprache unterscheidet, wird im schulischen Kontext versucht, Bildungsbenachteiligungen und Lernrückstände von Schülerinnen und Schülern, insbesondere von Zweitsprachlernenden, durch sprachliche Merkmale des Unterrichtsgegenstandes zu erklären. Bislang gibt es jedoch keine einheitliche Definition oder Konzeption des Begriffs (für einen Überblick siehe Feilke, 2012; Gogolin & Lange, 2010; Kniffka & Roelcke, 2016; Morek & Heller, 2012; Uessler, Runge & Redder, 2013). I.d.R. wird Bildungssprache der konzeptionellen Schriftlichkeit zugeordnet, wie sie von Koch & Oesterreicher (1985) konzipiert wurde. Ein konzeptionell-schriftlicher Sprachgebrauch ist als „Sprache der Distanz“ (ebd., S. 21), in Abgrenzung zur konzeptionellen Mündlichkeit als „Sprache der Nähe“ (ebd., S. 21), gekennzeichnet durch Dekontextualisierung, eine höhere Anzahl an Informationsdichte und Verweisstrukturen, elaboriertere Register sowie eine differenziertere, merkmalsreiche Lexik (vgl. Kniffka & Roelcke, 2016). Die Diskussion um Bildungssprache in der Schule hat sich lange vorwiegend mit ihren sprachlichen Oberflächenphänomenen beschäftigt, „als seien diese Merkmale losgelöst von ihren Gegenständen, Sachverhalten und kommunikativen Funktionen zu betrachten“ (Linnemann, Stephany & Kniffka, 2017). Bildungssprache wurde dabei im Wesentlichen auf ihre lexikalischen bzw. morpho-syntaktischen Merkmale reduziert (vgl. Kniffka & Roelcke, 2016). Eine solche Reduktion auf die sprachliche Form ohne Betrachtung ihrer Funktion hatte zur Folge, dass der Begriff der Bildungssprache vor allem eine „deskriptive Qualität [erhielt], während seine Erklärungsqualität noch nicht übergreifend bestimmt ist“ (Uessler, Runge & Redder, 2013). Feilke (2012) geht in seiner Modellierung über ein deskriptives Beschreiben von Oberflächenmerkmalen hinaus und definiert Bildungssprache als ein Register, das den Gebrauch bestimmter Sprachhandlungen einschließt, aus denen sich sprachliche Oberflächenmerkmale funktional ergeben.

Was unter dem Stichwort ‚Bildungssprache‘ in den Blick genommen wird, das sind die besonderen sprachlichen Formate und Prozeduren einer auf Texthandlungen wie Beschreiben, Vergleichen, Erklären, Analysieren, Erörtern etc. bezogenen Sprachkompetenz, wie man sie im schulischen und akademischen Bereich findet. (ebd., S. 5)

In seiner Modellierung unterscheidet Feilke (2012) zwischen Bildungssprache und Schulsprache im engeren Sinne. Schulsprache als Sprache des Lehrens umfasst demnach, im Unterschied zur Bildungssprache als Sprache des Lernens, „für den Unterricht zu didaktischen Zwecken gemachte Sprach- und Sprachgebrauchsformen, aber auch Spracherwartungen“ (ebd., S. 5). Dazu gehören auch fachspezifische Gattungen, deren einziger Zweck didaktischer Natur ist und die i.d.R. außerhalb der Schule nicht existieren.

Diese Unterteilung ist für eine Einordnung mathematischer Textaufgaben als dem Untersuchungsgegenstand dieser Arbeit wichtig. Mathematische Textaufgaben sind demnach als genuin didaktische Textsorte – niemand löst Textaufgaben im realen Leben außerhalb des Klassenraums – Teil der Schulsprache. Ihnen sind bestimmte Sprachgebrauchsnormen inhärent, die ausschließlich didaktisch motiviert sind und sehr eigenen Regeln folgen: Textaufgaben verbinden mathematische und semantisch-inhaltliche Aspekte. Betrachtet man mathematische Schulbücher, so wird deutlich, dass der inhaltliche Kontext der Aufgaben häufig nicht bedeutsam ist, d.h. die vermittelte semantisch-inhaltliche Information selbst hat, anders als in anderen schulischen Lehrtexten, keine informierende Funktion (Frau Müller geht einkaufen. Sie kauft ...), ihre wichtigste Funktion liegt im Anwenden von Rechenfertigkeiten. Trotzdem müssen genau diese Inhalte rezipiert und verstanden werden, um die Aufgabe zu lösen. Sie müssen aber nur für die Dauer des Bearbeitungsprozesses im Gedächtnis gespeichert werden. Damit nehmen Textaufgaben eine besondere Rolle im Bereich der schulischen Texte ein.

Textaufgaben bestehen, gemäß ihrer Zielsetzung der Umwelterschließung mit mathematischen Mitteln und aufgrund der vielfältigen Inhaltsbereiche des Sachrechnens, aus unterschiedlichsten Textmustern. Sie können daher sowohl narrative als auch explikative Textmuster umfassen. Entsprechend vielfältig sind ihre sprachlichen Merkmale. So finden sich in Textaufgaben der Grundschule beispielsweise narrative Muster mit fiktiven Handlungen und fiktiven Figuren, die aber im generischen Präsens verfasst sind (Frau Müller kauft drei Packungen Nudeln zu je 1,20€ ...). Das generische Präsens leistet hier eine Verallgemeinerung und signalisiert, dass es sich weder um einen konkreten realen noch einen fiktiven

Aktanten handelt. Ein weiteres Merkmal ist eine sprachlich realisierte Unter- oder Überbestimmtheit im Sinne eines Zuviel oder Zuwenig an Information, die dazu dient, Denkprozesse auszulösen.

Solche Sprachnormen in Textaufgaben ausführlich zu analysieren, ist nicht Teil dieser Arbeit. Wichtig ist an dieser Stelle, dass es sich bei Textaufgaben um Sprachnormen zur Unterstützung des Lernprozesses handelt und damit im Sinne Feilkes (2015) um „transitorische Normen“ (S. 128). Diese transitorischen Sprachnormen sind somit nicht das Ziel von Lernprozessen, sondern sie sind Mittel, um zu lernen.

In Textaufgaben werden somit zwei der wesentlichen Funktionen von Bildungs- bzw. Schulsprache vereint: eine kommunikative Funktion als Medium des Lernens und eine kognitiv-epistemische Funktion als Werkzeug des Denkens (vgl. Morek & Heller, 2012; Vollmer & Thürmann, 2013). In diesem Sinne hat Sprache in Textaufgaben vor allem immer auch eine epistemische Funktion. Eine verkürzte Sichtweise auf sprachliche Oberflächenmerkmale negiert diese komplexen Wechselwirkungen zwischen sprachlichen Mitteln und kognitiven Prozessen.

Festhalten lässt sich somit, dass eine linguistische Analyse sprachlicher Oberflächenmerkmale von Textaufgaben zu kurz greift, um sich der Fragestellung dieser Arbeit nach den Zusammenhängen von Sprache und Textaufgaben zu nähern. Die in Textaufgaben zentrale sprachlich vermittelte epistemische Funktion würde somit nicht erfasst. In seiner Konsequenz bedeutet dies auch, dass Schwierigkeiten beim Verstehen mathematischer Textaufgaben nicht allein einer fehlenden Kenntnis lexikalischer oder morpho-syntaktischer Strukturen zuzuschreiben sind. „Denn die Verwendung typischer bildungssprachlicher Mittel trägt nur wenig zur Erklärung der Verstehensprobleme bei; diese scheinen anderer Natur zu sein“ (Becker-Mrotzek, 2014, S. 72). In diesem Sinne wird in dieser Arbeit eine breitere Perspektive eingenommen, um sich der Frage nach sprachlichen Einflussfaktoren auf das Verstehen und Lösen mathematischer Textaufgaben zu nähern. Berücksichtigt wird dabei vor allem die Interdependenz zwischen sprachlichen Strukturen einerseits und kognitiven Prozessen andererseits.

3 Zusammenhänge zwischen Sprache und Textaufgaben

In diesem Kapitel wird zunächst der Untersuchungsgegenstand dieser Arbeit ‚mathematische Textaufgaben‘ näher betrachtet. Dabei wird auf kognitive Bearbeitungsprozesse beim Lösen von Textaufgaben und

potenzielle Probleme im Rahmen dieser Prozesse eingegangen. In einem weiteren Schritt wird dann der Fokus auf den Einfluss sprachlicher Faktoren auf den Bearbeitungsprozess von Textaufgaben gerichtet. Dabei werden vor allem potenzielle sprachliche Hürden, die einem erfolgreichen Bearbeiten im Weg stehen, in den Blick genommen. Eine eigene Vorstudie zu ebendiesen Hürden schließt das Kapitel ab.

3.1 Mathematische Textaufgaben

Bei mathematischen Textaufgaben handelt es sich um eine didaktische Textsorte, deren vornehmliches Kennzeichen die Einbettung mathematischer Sachverhalte in eine sprachliche Darstellung ist (vgl. Duarte, Gogolin & Kaiser, 2011). Der Kontext der Aufgaben ist dabei vielfältig und reicht von Ausschnitten aus der Erfahrungswelt der Kinder (direkter Alltagsbezug) über Sachinformationen (indirekter Alltagsbezug), durch die auch das Sachwissen erweitert wird, bis hin zu Fantasiewelten (fiktive Situationen) (vgl. Franke & Ruwisch, 2010). Textaufgaben sind Kern des Sachrechnens, das im Wesentlichen drei Ziele verfolgt: das Anwenden von Mathematik, das Auf- und Ausbauen der Problemlösefähigkeit und die Umwelterschließung mit mathematischen Mitteln (vgl. Franke & Ruwisch, 2010). Das Sachrechnen soll somit dazu beitragen, „Kenntnisse zur Bewältigung von konkreten, lebensnahen Anforderungssituationen zu vermitteln“ (Stern, 1998, S. 84).

3.1.1 Begriffsbestimmung

Traditionell werden im Sachrechnen verschiedene Aufgabentypen unterschieden. Die Begrifflichkeiten, aber auch die Zuordnungen zu einzelnen Typen sind jedoch keinesfalls eindeutig. Stern (1998) greift beispielsweise einen Vorschlag von Radatz (1983) auf und unterscheidet zwischen *Textaufgaben* und *Sachaufgaben*. Während in Textaufgaben Sachinhalte willkürlich gewählt und häufig verkürzt dargestellt werden, mit dem Ziel, mathematische Konzepte und Operationen am Beispiel einer oftmals nicht realistischen Situation zu veranschaulichen, beziehen sich Sachaufgaben auf „real existierende Anforderungssituationen“ (Stern, 1998, S. 85), die mit Hilfe mathematischen Wissens bewältigt werden müssen. Diese Abgrenzung findet sich grundlegend auch bei Schipper (2009), wird von

ihm aber weiter ausdifferenziert. So können nach Schipper (2009) vier Typen von Aufgaben unterschieden werden: Bei den sogenannten *eingekleideten Aufgaben* handelt es sich um „in Worte gefasste Rechenaufgaben“ (S. 242) ohne Sachbezug (z.B. Multipliziere die Summe aus 243 und 635 mit 10.), deren Ziel das Anwenden und Üben von Rechenverfahren und das Einüben mathematischer Fachbegriffe ist. *Textaufgaben* sind „in Textform dargestellte Aufgaben“ (ebd., S. 242), die zwar einen Sachbezug haben, „bei denen die Sache [jedoch] weitgehend bedeutungslos und austauschbar ist“ (ebd., S. 242). Es geht hier lediglich darum, mit den im Text gegebenen Zahlen und Informationen eine mathematische Gleichung aufzustellen. Textaufgaben enthalten i.d.R. passende Zahlen und sind meist eindeutig lösbar. Dagegen steht bei *Sachaufgaben* die Sache selbst im Vordergrund, die Mathematik ist Mittel zum Zweck. Sie liefert Hilfsmittel zur Bearbeitung und Erschließung der Sachsituation. Im Vordergrund steht die „Anwendung mathematischen Wissens in realistischen Sachsituationen“ (ebd., S. 242). Als vierten Aufgabentyp nennt Schipper *Sachprobleme und Sachprojekte*. Dabei handelt es sich um komplexe, realitätsnahe Problemstellungen (eine Klassenfahrt soll geplant werden o.ä.), die auf unterschiedlichen Wegen bearbeitet werden können und damit zu verschiedenen Lösungen führen können.

Die Problematik einer solchen Einteilung zeigt sich schon bei Schipper (2009) selbst, denn die im modernen Sachrechnen häufig eingesetzten Fermi-Aufgaben können von ihm ebenso wenig wie Denk- und Knobelaufgaben einem der genannten vier Aufgabentypen zugeordnet werden: So sind z.B. Denkaufgaben nach Schipper (ebd.) zwar von der Aufgabenpräsentation her eingekleidete Aufgaben, stellen dabei aber deutlich höhere Anforderungen an die Modellierungskompetenz der Schülerinnen und Schüler und könnten somit nicht unter diesem Typ gruppiert werden. Auch wenn die Bezeichnungen der Aufgabentypen vielfach gleich sind, werden häufig andere Kriterien für die Zuordnung angelegt. Franke (2003) subsumiert beispielsweise eben diese Denk- und Knobelaufgaben unter der Kategorie *eingekleidete Aufgaben*, da der Sachtext bei diesem Aufgabenformat nicht relevant und austauschbar ist. Ebenfalls diesem Typ zugeordnet werden hier, anders als bei Schipper (2009), Aufgaben, die aus einem beliebig austauschbaren Sachtext mit bereits an der Formulierung erkennbarem Rechenweg bestehen. Hingegen fallen unter die Kategorie *Textaufgaben* auch Aufgaben wie das oben prototypisch für eingekleidete Aufgaben genannte Beispiel einer „verbalisierten Zahlenaufgabe“ (Franke, 2003, S. 33) ohne jeglichen Sachkontext, von Franke

(ebd.) auch *innermathematische Textaufgabe* genannt. An dieser Stelle zeigen sich deutlich die Schwierigkeiten einer Typisierung von Aufgaben im Bereich des Sachrechnens. Anhand anderer Aufgabenformate, wie den sogenannten Kapitänsaufgaben, deren Fragestellung aus den in der Aufgabe gegebenen Daten nicht sinnvoll beantwortet werden kann (vgl. Franke & Ruwisch, 2010), lässt sich ebenfalls die Problematik einer strikten Kategorisierung verdeutlichen. Denn solche Aufgaben lassen sich nur schwer einem der genannten Aufgabentypen unterordnen. Der Sachkontext mag zwar durchaus realistisch sein, trotzdem geht es per definitionem gerade nicht um das Erweitern der Sachkenntnis mit Hilfe der Mathematik oder das Üben von Rechenfertigkeiten.

Ein in der heutigen Sachrechendidaktik häufig benutzter Begriff ist der der *Modellierungsaufgaben*. In Anlehnung an den in den Bildungsstandards geforderten Kompetenzbereich des Modellierens werden mit diesem Begriff Aufgaben bezeichnet, die einen direkten Realitätsbezug haben und sich durch eine hohe Authentizität auszeichnen. Die Bezeichnung Modellierungsaufgabe „legt den Fokus auf den *Prozess* des Lösens von Problemen aus der Realität“ (Greefrath, Kaiser, Blum & Borromeo Ferri, 2013, S. 11) und betont damit stärker den Modellierungsaspekt der Mathematik. Ziel ist auch hier die Erschließung der Umwelt mit mathematischen Mitteln.

Bei aller Unbestimmtheit der Zuordnung zu den genannten Kategorien lässt sich jedoch festhalten, dass Aufgabenformate, die im weitesten Sinne der hier beschriebenen Kategorie Textaufgaben zuzuordnen sind, eher einen deduktiv-vermittelnden Charakter haben, während umwelter-schließende Sach- oder Modellierungsaufgaben vielmehr einen induktiv-entdeckenden Hintergrund aufweisen (vgl. Schneeberger, 2009).

3.1.2 Der Textaufgabenbegriff in dieser Arbeit

Die beschriebene Heterogenität in der Bezeichnung von Textaufgaben ist für die Definition des Untersuchungsgegenstandes dieser Arbeit nicht zielführend, da diese Typisierung im Wesentlichen didaktisch motiviert ist. Für die Beantwortung der Fragestellung dieser Arbeit ist es nicht von Relevanz, ob in mathematischen Aufgaben eher die Sache oder die Mathematik im Vordergrund steht. Aus analytischen Gründen wird somit keine Unterscheidung zwischen den beschriebenen Aufgabentypen vorgenommen.

Untersuchungsgegenstand dieser Arbeit sind (1) Texte, die (2) eine konkrete Problemsituation beschreiben, die Fragen aufwirft und mit

mathematischen Mitteln zu beantworten ist (vgl. Franke & Ruwisch, 2010; Verschaffel, Greer & de Corte, 2000). Wenn im Folgenden von ‚Textaufgaben‘ gesprochen wird, sind somit alle Aufgaben gemeint, die im genannten Sinne mathematisch und im linguistischen Sinne ein Text sind². Dabei wird hier von einem funktionalen Textbegriff ausgegangen, nach dem Texte als eine zusammenhängende (kohärente) Folge sprachlicher Zeichen mit kommunikativer Funktion verstanden werden (vgl. Averintseva-Klisch, 2013; Brinker, 2010). Textaufgaben sind in ebendiesem Sinne Texte: Sie bestehen aus zusammenhängenden Zeichen bzw. aus zusammenhängenden Sätzen und haben zudem eine kommunikative Funktion. Ihr illokutionärer Zweck besteht in der Direktive „Bearbeite und löse!“ und in der Repräsentative „Teile mit!“, d.h. im Mitteilen von z.B. Rechenwegen und Lösungen. Textaufgaben haben somit im Wesentlichen Aufforderungscharakter. Damit wird ihre kommunikative Funktion nicht durch den propositionalen Gehalt selbst ausgelöst, sondern wird durch den didaktischen Kontext bestimmt (vgl. Kapitel 2).

Texte können zwar prinzipiell medial mündlich und schriftlich sein, hier sind jedoch nur medial schriftliche Texte gemeint, da mathematische Textaufgaben in der überwiegenden Mehrheit aller Fälle schriftlich vorliegen. Geschriebene Texte zeichnen sich dadurch aus, dass sie als über Raum und Zeit hinweg zerdehnte sprachliche Handlungen (vgl. Ehlich, 1984) alle Informationen beinhalten, die nötig sind, damit sie außerhalb ihres Entstehungskontexts zu verstehen sind, d.h. „der Text muss den Rahmen für sein Verständnis mitliefern“ (Becker-Mrotzek, 2014, S. 73). Der Autor muss somit die von ihm zu vermittelnde Information so anlegen, dass der Leser intendierte Bezüge im Text und zur Welt herstellen kann. Schriftliche Texte sind daher „expliziter, ausführlicher und sprachlich elaborierter als mündliche Diskurse“ (ebd., 2014, S. 73). Dies betrifft sprachliche Realisierungen auf lexikalisch-semantischer, syntaktischer aber vor allem auch auf textuell-pragmatischer Ebene (vgl. Koch & Oesterreicher, 1994). Textaufgaben zeichnen sich dementsprechend durch Merkmale konzeptioneller Schriftlichkeit aus (vgl. Koch & Oesterreicher, 1985).

2 Diese Definition umfasst somit im Wesentlichen alle zuvor genannten Aufgabentypen. Ausdrücklich nicht sind damit aber innermathematische Aufgaben gemeint, die zwar z.T. in Textform vorliegen, aber keinen Bezug zur realen außer-mathematischen Welt haben.

3.1.3 Modelle zum Lösen von Textaufgaben

Das Lösen von Textaufgaben wird aus mathematikdidaktischer Sicht als mathematisches Modellieren bezeichnet. Dabei wird auf Basis einer konkreten realitätsbezogenen Situation ein mathematisches Modell konstruiert, das innermathematisch bearbeitet wird und dessen Lösung mit dem Ausgangsproblem abgeglichen werden muss (vgl. z.B. Greefrath, Kaiser, Blum & Borromeo Ferri, 2013; Franke & Ruwisch, 2010; Verschaffel, Greer & de Corte, 2000). Dieser Modellierungsprozess ist komplex und beinhaltet mehrere Phasen, die als zyklischer Ablauf dargestellt werden (vgl. z.B. Blum & Leiss, 2005; Verschaffel, Greer & de Corte, 2000). In der Literatur lassen sich verschiedene Darstellungen von Modellierungskreisläufen finden, die jeweils verschiedene Teilprozesse des Modellierens akzentuieren und unterschiedlich detailliert ausführen (vgl. Greefrath, Kaiser, Blum & Borromeo Ferri, 2013). Allen gemeinsam ist die Unterteilung in eine Prozessebene der realen Welt (Sachebene) und eine Ebene der Mathematik, die während des Modellierungsprozesses miteinander in Beziehung gesetzt werden. Verschiedenartig werden vor allem die Teilprozesse des sogenannten Mathematisierens bis zur Erstellung eines mathematischen Modells beschrieben: In einigen Modellen wird von der realen Situation oder Problemstellung in einem direkten Schritt zum mathematischen Modell übergegangen, in anderen, die auch als „didaktischer Modellierungskreislauf“ (Greefrath, Kaiser, Blum & Borromeo Ferri, 2013, S. 17) bezeichnet werden, wird mit der Erstellung eines Realmodells ein Zwischenschritt zwischen realer Problemstellung und mathematischem Modell einbezogen (vgl. z.B. Blum, 1985). Mittlerweile gibt es vielfache Belege dafür, dass die Annahme einer direkten ‚Übersetzung‘ linguistischer Oberflächenstrukturen in ein mathematisches Modell nicht haltbar ist (vgl. z.B. Schneeberger, 2009). Empirisch konnte gezeigt werden, dass vielmehr eine mentale Repräsentation der realitätsbezogenen Ausgangssituation in Form eines Situationsmodells (im Sinne von Johnson-Laird, 1983; van Dijk & Kintsch, 1983; Kintsch, 1998) gebildet werden muss, auf dessen Basis ein mathematisches Modell konstruiert wird (vgl. Hegarty, Mayer & Monk, 1995; Kintsch, 1998; Reusser, 1989; Thevenot, 2010; Thevenot, Devidal, Barrouillet & Fayol, 2007).

Im Folgenden wird der Modellierungskreislauf von Blum und Leiss (2005) dargestellt (Abbildung 1), da dieser für die Zwecke dieser Arbeit am besten geeignet ist, denn Blum und Leiss (2005) beziehen die Konstruktion eines solchen Situationsmodells in den Bearbeitungsprozess mathematischer

Textaufgaben ein. Dieser Modellierungskreislauf wurde basierend auf theoretischen und empirischen Erkenntnissen zu Lösungsprozessen von Schülerinnen und Schülern bei der Bearbeitung von Modellierungsaufgaben entwickelt (vgl. Schukajlow-Wajsjuinski, 2010). Einbezogen wurden dabei Erkenntnisse aus der kognitionspsychologischen Forschung zum Textverständnis und zum Lösen von Textaufgaben. Die dargestellten kognitiven Prozesse sind eine idealtypische Darstellung, reale Prozesse laufen nicht so linear ab (vgl. Borromeo Ferri, Leiss & Blum, 2006; Leiss, Schukajlow, Blum, Messner & Pekrun, 2010), sondern sind durch Rückkopplungen und Schleifen gekennzeichnet (vgl. Schneeberger, 2009).

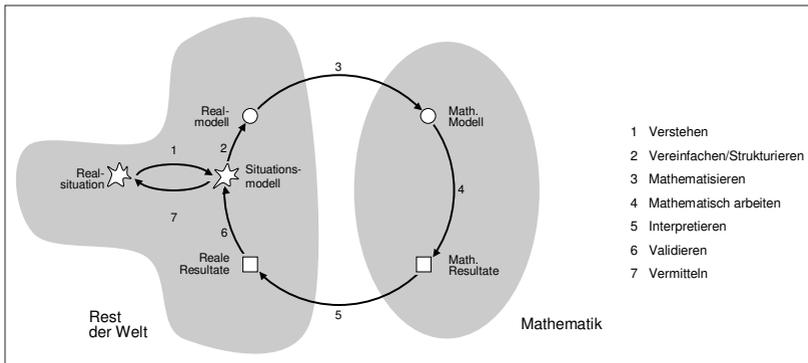


Abbildung 1: Mathematischer Modellierungskreislauf (Blum & Leiss, 2005)

Zu Beginn des Bearbeitungsprozesses einer Textaufgabe steht das Lesen und (1) Verstehen des Aufgabentextes. Während des Leseprozesses wird im Idealfall unter Einbezug des Vorwissens ein Situationsmodell, d.h. eine mentale Repräsentation der im Text beschriebenen Realsituation generiert (ausführlich zur Konstruktion von Situationsmodellen siehe Kapitel 4.2). Je nach Komplexität der Textaufgabe muss in einem weiteren Schritt durch Reduktionsprozesse des (2) Vereinfachens und Strukturierens ein Realmodell gebildet werden, das nur noch die für das Bearbeiten der Aufgabe wesentlichen Merkmale enthält und somit ein „auf den Kern des Problems reduziertes mentales Modell des Problemlösers über die Struktur der Sachaufgabe an der Schnittstelle zwischen der Welt der Sachen und der Welt der Mathematik [ist]“ (Schipper, 2009, S. 240). Durch Abstraktionsprozesse des (3) Mathematisierens wird basierend auf dem Realmodell ein mathematisches Modell konstruiert, das Relationen zwischen relevanten Elementen enthält und unter Einbezug bekannter

mathematischer Grundvorstellungen entsteht. Dieser Prozess ist nicht als Eins-zu-eins-Übersetzung zwischen Realmodell und mathematischem Modell zu verstehen, sondern ein konstruktiver Akt, der u.a. von Zielsetzungen und mathematischem Wissen der Problemlösenden abhängig ist (vgl. Franke & Ruwisch, 2010; Schneeberger, 2009). Schließlich wird durch (4) mathematisches Arbeiten, d.h. das Ausführen „von Operationen verschiedener Komplexität und Anzahl“ (Schukajlow-Wasjutinski, 2010, S. 80) das mathematische Resultat berechnet, hinsichtlich der Realität (5) interpretiert und im Hinblick auf das zuvor konstruierte Situationsmodell (6) validiert (vgl. Blum & Leiss, 2005; Leiss, Schukajlow, Blum, Messner & Pekrun, 2010). Der Modellierungszirkel endet mit der (7) Darlegung und Erklärung des Lösungswegs. Während des gesamten Modellierungsprozesses wirken metakognitive Strategien, die die Prozesse auf Plausibilität prüfen und so gegebenenfalls dazu führen, dass der Modellierungskreislauf oder einzelne Teilprozesse neu gestartet werden.

Wie bereits angemerkt, handelt es sich bei diesem Kreislauf um eine idealisierte Darstellung. Abhängig von Aufgabentext und individuellen schülerseitigen Merkmalen wie Zielsetzung, mathematischem Wissen, Sprach- und Lesekompetenz und metakognitiven Fähigkeiten können Bearbeitungsprozesse gänzlich anders verlaufen. Denn das Lösen von Textaufgaben erfolgt wie gezeigt „nicht ‚top-down‘ durch den Abruf eines fertig verfügbaren Lösungsverfahrens“ (Schneeberger, 2009, S. 88), sondern ist ein ebenso bottom-up verlaufender konstruktiver Problemlöseprozess. Im Idealfall sollten aber alle Teilprozesse vorkommen.

Schwierigkeiten können bei allen Teilprozessen auftreten. Insbesondere die Konstruktionen eines Situationsmodells und eines Realmodells stellen eine große potenzielle Hürde für Lernerinnen und Lerner dar (vgl. z.B. Greefrath, Kaiser, Blum & Borromeo Ferri, 2013; Hegarty, Mayer & Monk, 1995; Verschaffel, Greer & de Corte, 2000). Oft werden daher Ersatzstrategien angewandt. Eine häufig angewandte Strategie ist dabei die Orientierung an Zahlen und vermeintlichen ‚Schlüsselwörtern‘ wie ‚mehr‘ oder ‚weniger‘, die direkt in eine scheinbar zum Schlüsselwort passende mathematische Operation übersetzt werden, während gleichzeitig der Kontext ignoriert wird (vgl. Greefrath, Kaiser, Blum & Borromeo Ferri, 2013; Verschaffel, Greer & de Corte, 2000). Als Folge werden einzelne Teilprozesse wie der Aufbau eines Situationsmodells übersprungen. Hegarty, Mayer und Monk (1995) sprechen daher von einer „direct translation strategy“ (S. 18) im Unterschied zur „problem model strategy“ (S. 18). Erstere ist höchstens bei wenig komplexen, konsistenten Aufgaben, in denen

beispielsweise ‚mehr‘ tatsächlich mit der Operation des Addierens übereinstimmt, zielführend. In komplexen Aufgaben oder in Aufgaben mit implizit zu erschließenden Informationen sowie in inkonsistenten Aufgaben wie der folgenden „*Maria hat 4 Murmeln. Sie hat 3 Murmeln weniger als Hans. Wie viele Murmeln hat Hans?*“ (Stern, 1992, S. 11) führt diese ‚direct translation strategy‘ unweigerlich zu fehlerhaften Lösungen. Abbildung 2 zeigt solch einen oberflächlichen Verarbeitungskreislauf, in dem Verstehens- und Modellbildungsprozesse ebenso wie Interpretations- und Validierungsprozesse ausgelassen werden (Verschaffel, Greer & de Corte, 2000, S. 13).

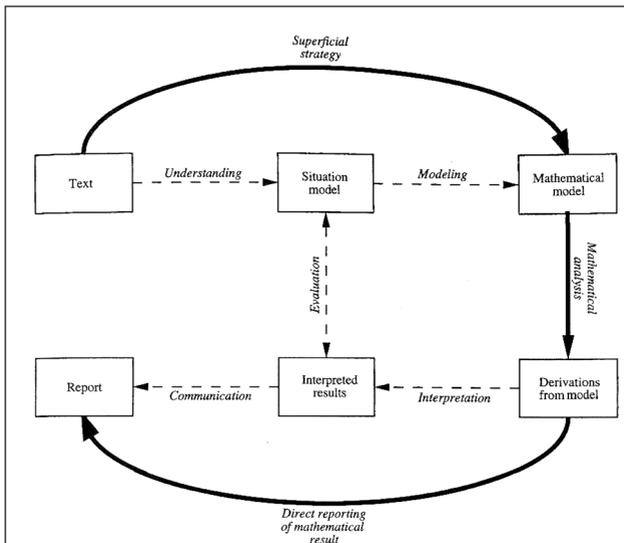


Abbildung 2: Oberflächliche Bearbeitung einer Textaufgabe (Verschaffel, Greer & de Corte, 2000, S. 13)

Ursachen für Probleme beim Lösen von Textaufgaben sind vielfältig. Sie können in individuellen Fähigkeiten und subjektiven Theorien der Lernenden und Lerner, in unterrichtlichen Faktoren oder auch in der Aufgabe selbst begründet liegen (vgl. Verschaffel, Greer, de Corte, 2000; für einen umfassenden Forschungsüberblick siehe Daroczy, Wolska, Meurers & Nuerk, 2015). Dabei spielen nicht nur mathematische Faktoren eine Rolle. Diese Arbeit geht der Frage nach, wie Textaufgaben sprachlich verarbeitet werden und welche Probleme dabei auftreten können. Der oben gezeigte Modellierungskreislauf macht deutlich, dass sprachliche

Aspekte im Wesentlichen an einem der Teilprozesse, nämlich dem Aufbau des Situationsmodells, beteiligt sind. Zur Beantwortung der Fragestellung dieser Arbeit liegt es somit nahe, im Folgenden vor allem den Zusammenhang von sprachlichen Faktoren und der Konstruktion eines Situationsmodells in den Blick zu nehmen. Andere schwierigkeitsgenerierende Faktoren werden deshalb nur dann betrachtet, wenn sie in direktem Zusammenhang mit sprachlichen Faktoren stehen.

3.2 Sprache als Einflussfaktor auf das Bearbeiten von Textaufgaben

Im Folgenden wird zunächst in einer ersten Annäherung betrachtet, welche Rolle Sprache beim Bearbeiten von Textaufgaben generell einnimmt, bevor dann auf Forschungen eingegangen wird, die sich detaillierter mit möglichen Einflussfaktoren beschäftigt haben. Abschließend wird eine eigene Vorstudie dargestellt, die zum Ziel hat, mögliche Einflussfaktoren weiter zu präzisieren.

3.2.1 Sprachliche Einflussfaktoren – eine erste Annäherung

Aus heutiger Sicht scheint es selbstverständlich, dass im Bearbeitungsprozess von mathematischen Aufgaben, die in Textform vorliegen, sprachlich basierte Verstehensprozesse eine Rolle spielen. Somit liegt die Vermutung nahe, dass auch Schwierigkeiten im Bearbeitungsprozess durch sprachliche Faktoren erklärt werden können. Obwohl sich die mathematikdidaktische Forschung seit mehreren Jahrzehnten mit dem Lösen von Textaufgaben beschäftigt, wurde dieser Aspekt trotzdem lange Zeit weitgehend ignoriert. Untersuchungen aus dem Bereich der kognitiven Psychologie konnten hingegen bereits in den 80er- und 90er-Jahren des letzten Jahrhunderts zeigen, dass sprachliche Faktoren einen entscheidenden Einfluss auf das erfolgreiche Lösen von Textaufgaben haben. So konnte beispielsweise in ‚Rewording‘-Experimenten nachgewiesen werden, dass eine sprachliche Umformulierung von einfachen, nicht komplexen Textaufgaben zu einer deutlich höheren Lösungshäufigkeit führte (vgl. z.B. Hudson, 1983; Cummins, 1991). Beispielsweise stieg die Lösungshäufigkeit bei Erstklässlerinnen und Erstklässlern nach der in Abbildung 3 gezeigten Umformulierung der Originalaufgabe von 30% auf 85% an.