

---

# Inhaltsverzeichnis

---

Vorwort .....	5
Formelzeichen und Einheiten .....	11
Einleitung .....	13
<b>1 Physikalisch-wärmetechnische Grundlagen .....</b>	<b>15</b>
1.1 Wärmedehnung fester, flüssiger, gasförmiger Stoffe .....	15
1.1.1 Wärmedehnung fester Stoffe .....	15
1.1.2 Wärmeausdehnung bei Flüssigkeiten .....	17
1.1.3 Wärmeausdehnung der Gase .....	17
1.2 Zustandsgrößen der Gase .....	18
1.2.1 Volumen $V$ , spez. Volumen $v$ , Dichte $\rho$ .....	18
1.2.2 Druck und Druckmessung .....	19
1.2.3 Temperatur, Temperaturmessung .....	23
1.3 Spezifische Wärmekapazität, Anwendungen .....	26
1.3.1 Wahre und mittlere spez. Wärmekapazität .....	27
1.3.2 Spezifische Wärmekapazitäten von festen, flüssigen und gasförmigen Stoffen .....	28
1.3.3 Anwendung: Mischungstemperatur .....	28
1.3.4 Schmelzen und Verdampfen .....	29
1.4 Gasgesetze; Zustandsgleichung der Gase .....	31
1.4.1 Gasgesetz von BOYLE-MARIOTTE .....	31
1.4.2 Gasgesetz von GAY-LUSSAC .....	32
1.4.3 Allgemeine Zustandsgleichung der Gase .....	33
1.4.4 Avogadro-Konstante, Masse-Begriff Mol, (molare Masse $M$ ) Molvolumen $V_{Mn}$ universelle Gaskonstante $R$ .....	36
1.5 Wärme und Arbeit .....	38
1.5.1 1. Hauptsatz der Wärmelehre .....	38
1.5.2 Mechanische und elektrische Energie wird in Wärmeenergie umgewandelt .....	39
1.5.3 Gase und Dämpfe; Umwandlung von Wärme in Arbeit .....	41
1.5.4 Raumänderungsarbeit $W_v$ , Innere Energie $U$ , Wärme $Q$ .....	43
1.5.5 Technische Arbeit $W_t$ , ROBERT MAYER, Enthalpie $H$ .....	48
1.5.6 Spez. Wärmekapazitäten $c_p, c_v$ , Molwärmern $C_{mp}, C_{mv}$ ; $\kappa = c_p/c_v$ .....	54
<b>2 Zustandsänderungen der Gase und ihre Darstellung im <math>p</math>-<math>v</math>- und <math>T</math>-<math>s</math>-Diagramm .....</b>	<b>59</b>
2.1 Isochore ZÄ (gleichbleibendes Volumen), Isovolum .....	59
2.2 Isobare ZÄ (gleichbleibender Druck) .....	61
2.3 Isotherme ZÄ (gleichbleibende Temperatur) .....	63
2.4 Adiabate (isentropen) ZÄ (ohne Wärmeeinwirkung) .....	65
2.5 Polytropische ZÄ .....	68
2.6 Entropie und das $T$ - $s$ -Diagramm (Wärmediagramm) .....	72
2.6.1 Entropie-Diagramme, allgemeine Grundlage .....	73
2.7 $T$ - $s$ -Diagramme der besprochenen ZÄ .....	75
2.7.1 Isochore ( $v = \text{konst.}$ ) im $T$ - $s$ -Diagramm .....	75
2.7.2 Isobare ( $p = \text{konst.}$ ) im $T$ - $s$ -Diagramm .....	76
2.7.3 Isotherme ( $T = \text{konst.}$ ) im $T$ - $s$ -Diagramm .....	77
2.7.4 Isentrope (adiabatische) ZÄ im $T$ - $s$ -Diagramm .....	77
2.7.5 Polytropische ZÄ im $T$ - $s$ -Diagramm .....	78
2.8 $T$ - $s$ -Diagramm für Luft .....	80
2.8.1 Zusammenfassung zu einem $T$ - $s$ -Diagramm für Luft (Bild 2.26) .....	82
2.8.2 Beispiele zur Anwendung des $T$ - $s$ -Diagramms (Bild 2.28) .....	85

<b>3 Kreisprozesse mit Maschinen</b> .....	87
3.1 Kreisprozess mit einer Brennkraft-Kolbenmaschine; Beispiel .....	87
3.2 Vom 1. zum 2. Hauptsatz der Wärmelehre .....	90
3.2.1 2. Hauptsatz der Wärmelehre und der Carnotprozess .....	92
3.3 Abwärme und Frischwärme beim Kreisprozess; Bedeutung des Carnotprozesses; Kälteprozess ....	94
3.4 Ausgeführte Kraftmaschinen-Kreisprozesse .....	96
3.4.1 Ottoprozess für den Benzin-Kolbenmotor .....	96
3.4.2 Dieselprozess im $p$ - $v$ - und $T$ - $s$ -Diagramm .....	99
3.4.3 Seiligerprozess .....	101
3.4.4 «Einfacher offener» Gasturbinen-Kreisprozess (Jouleprozess) .....	102
3.5 Ausgeführte Arbeitsmaschinenprozesse .....	107
3.5.1 Kolbenverdichter .....	108
3.5.2 Mehrstufige Verdichtung .....	111
3.5.3 Kolbenverdichter im $T$ - $s$ -Diagramm .....	115
3.6 Linkslaufender Carnotprozess, Kältemaschine, Wärmepumpe .....	117
3.6.1 Linkslaufender Carnotprozess, Leistungsziffer $\varepsilon$ .....	117
3.6.2 Kältemaschinenprozess .....	119
3.6.3 Wärmepumpe .....	122
3.7 Wirkliche Maschinen. Verluste, die über $\eta_{th}$ zu $\eta_e$ führen. Kolben- und Strömungsmaschinen ....	123
3.7.1 Umkehrbare und nicht umkehrbare (reversible und irreversible) Vorgänge .....	123
3.7.2 Verluste durch Reibung, Wärmeleitung, Drosselung .....	124
3.7.3 Zusätzliche Verluste bei der Energieumwandlung in Kolben- und Strömungsmaschinen ....	125
3.7.4 Kolbenmaschinen .....	126
3.7.5 Strömungsmaschinen .....	129
<b>4 Wasserdampf</b> .....	135
4.1 Zustandsgrößen $p$ , $t$ , $v$ – von Wasser bis Heißdampf .....	136
4.2 $h$ - $p$ -Diagramm von Wasser bis Heißdampf .....	139
4.3 $T$ - $s$ - und $h$ - $s$ -Diagramm von Wasserdampf .....	142
4.4 ZÄ des Wasserdampfes; Beispiele .....	146
4.4.1 Isovolum (Isochore) ZÄ .....	146
4.4.2 Isobare ZÄ .....	147
4.4.3 Isothermische ZÄ .....	149
4.4.4 Isentrope und polytrope ZÄ; Zwischenüberhitzung .....	149
4.4.5 Drosselung .....	153
4.5 Clausius-Rankine-Dampfkraftprozess .....	154
4.5.1 Darstellung im $T$ - $s$ - und im $h$ - $s$ -Diagramm .....	154
4.5.2 Vorteile des Hochdruck-Hochtemperatur-Kreisprozesses .....	157
4.5.3 Dampfkraftprozess im Kernkraftwerk .....	157
4.6 Dampfturbinen, Dampfkraftprozess, Kopplung von Kraft und Wärme .....	161
<b>5 Wirkungsgradverbesserungen durch Kreislaufkombinationen</b> .....	165
5.1 Vergleich verschiedener Prozesse .....	165
5.1.1 Gasturbinenprozess (Jouleprozess) .....	165
5.1.2 Dampfturbinenprozess (Rankineprozess) .....	166
5.2 Gas- u. Dampfturbinenprozess (GuD-Prozess) (Kombination von Joule- und Rankineprozess) ....	167
5.3 Joule-Ericsson-Rankineprozess .....	170
5.4 2-fach-Dampfprozess (2-fach-Rankineprozess) .....	173
5.5 Organic-Rankine-Prozess (ORC-Prozess) .....	173
<b>6 Wärmeerzeugung</b> .....	177
6.1 Verbrennung .....	177
6.1.1 Verbrennungsreaktionen .....	177
6.1.2 Feste Brennstoffe und Heizöl .....	179
6.1.3 Brenngase .....	183
6.1.4 Rauchgasdaten .....	185
6.1.5 Verbrennungstemperatur .....	186

6.2 Elektrischer Strom .....	191
6.2.1 Elektroerhitzer in Behälterbauweise .....	191
6.2.2 Elektroerhitzer mit Rohrsystem .....	192
6.2.3 Heizelemente .....	192
6.3 Solarstrahlung .....	193
6.4 Erdwärme .....	194
<b>7 Grundlagen der Wärmeübertragung .....</b>	<b>195</b>
7.1 Wärmeleitung .....	195
7.2 Konvektion .....	196
7.3 Wärmestrahlung .....	199
7.4 Strahlungsaustausch .....	200
7.5 Wärmedurchgang .....	201
7.6 Wärmetauscher .....	202
7.6.1 Basisgleichung .....	202
7.6.2 Nachrechnung der Austrittstemperaturen bei vorhandenem Wärmetauscher .....	204
7.6.3 Wärmetauscher Wirkungsgrad $\eta_{WT}$ .....	204
<b>Anhang .....</b>	<b>207</b>
Tabelle A1 Umrechnung für Druckeinheiten .....	207
Tabelle A2 $\alpha_{m t}$ , Werte metallischer Werkstoffe in $K^{-1}$ .....	207
Tabelle A3 Mittlere spez. Wärmekapazität $c_m$ metallischer Werkstoffe in $kJ/kg\ K$ zwischen $0\ ^\circ C$ und $t\ ^\circ C$ .....	207
Tabelle A4 Spez. Wärmekapazität von Flüssigkeiten bei Raumtemperatur .....	207
Tabelle A5 Schmelztemperatur und -wärme, Siedetemperatur und Verdampfungsenthalpie für einige feste Körper und Flüssigkeiten. Die Werte bei Flüssigkeiten gelten unter 1 bar Druck .....	207
Tabelle A6 Siedetemperatur und Verdampfungsenthalpie von Wasser, abhängig vom Druck .....	208
Tabelle A7 Einige Stoffwerte von Gasen .....	208
Tabelle A8 Realgasfaktor $Z = p \cdot v/R_i \cdot T$ für Luft .....	208
Tabelle A9a Beziehungen zwischen mechanischer, thermischer, elektrischer Arbeit .....	209
Tabelle A9b Beziehungen mechanischer, thermischer, elektrischer Leistung .....	209
Tabelle A10 $c_{pm}$ -Werte für Gase in $kJ/kg\ K = c_{pm} _{0}^t\ ^\circ C$ .....	209
Tabelle A11 Polytrope ZÄ von Gasen .....	210
Tabelle A12a Wasserdampf tabel, Sättigungszustand (Drucktabel) .....	210
Tabelle A12b Wasserdampf tabel, überhitzter Dampf .....	211
<b>Zusammenfassung der wichtigsten Gleichungen .....</b>	<b>215</b>
<b>Literaturverzeichnis .....</b>	<b>219</b>
<b>Stichwortverzeichnis .....</b>	<b>221</b>



# Formelzeichen und Einheiten

Die nachfolgenden wichtigsten Zeichen werden nach Möglichkeit grundsätzlich angewendet, wobei Abweichungen von diesen Formelzeichen jeweils bei den entsprechenden Gleichungen oder Bildern genannt sind. Nach Möglichkeit wurde versucht, die in den technischen Regelwerken bereits eingeführten Zeichen zu verwenden.

Formelzeichen	SI-Einheit	Bedeutung
$a$	$\text{m/s}^2$	Beschleunigung, allg.
$A$	$\text{m}^2, \text{cm}^2$	Fläche, Strömungsquerschnitt
$c$	$\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$	spezifische Wärmekapazität $c = C/m$
$c_p$	$\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$	spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck
$c_v$	$\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$	spezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen
$C_m$	$\text{J}/(\text{kmol} \cdot \text{K})$	molare Wärmekapazität
$C_{mp}$	$\text{J}/(\text{kmol} \cdot \text{K})$	molare Wärmekapazität bei konstantem Druck
$C_{mv}$	$\text{J}/(\text{kmol} \cdot \text{K})$	molare Wärmekapazität bei konstantem Volumen
$D$	$\text{m}, \text{mm}$	Durchmesser
$E$	$\text{J}$	Energie
$F$	$\text{N}$	Kraft, Umfangskraft
$F_G$	$\text{N}$	Gewichtskraft
$g$	$\text{m/s}^2$	örtliche Fallbeschleunigung
$G$	$\text{N}$	Gewichtskraft
$h$	$\text{J}/\text{kg}$	spezifische Enthalpie
$H$	$\text{J}$	Enthalpie
$m$	$\text{kg}$	Masse
$\dot{m}$	$\text{kg/s}$	Massenstrom, Massendurchsatz
$M$	$\text{kg}/\text{kmol}$	stoffmengenbezogene molare Masse
$n$	–	Index für Normalzustand $p = 1,0132 \text{ bar}, t = 0 \text{ }^\circ\text{C}$
$n$	1	Polytrophenexponent
$n$	$\text{s}^{-1}; \text{min}^{-1}$	Drehzahl, Umdrehungsfrequenz
$p$	$\text{Pa}; \text{N}/\text{m}^2$	Druck (Tafel im Anhang)
$p_{\text{abs}}$	$\text{Pa}; \text{N}/\text{m}^2$	absoluter Druck
$p_{\text{amb}}$	$\text{Pa}; \text{N}/\text{m}^2$	umgebender Atmosphärendruck (Abschnitt 1.2.2)
$p_e$	$\text{Pa}; \text{N}/\text{m}^2$	atm. Druckdifferenz, Überdruck ( $p_e = p_{\text{abs}} - p_{\text{amb}}$ )
$P$	$\text{W}$	Leistung
$q$	$\text{J}/\text{kg}$	spezifische Wärmemenge
$Q$	$\text{J}$	Wärme, Wärmemenge
$\dot{Q}$	$\text{W}$	Wärmestrom
$R$	$\text{J}/(\text{kmol} \cdot \text{K})$	universelle Gaskonstante
$R_i$	$\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$	individuelle Gaskonstante
$s$	$\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$	spezifische Entropie
$S$	$\text{J}/\text{K}$	Entropie
$t, \vartheta$	$^\circ\text{C}$	Celsius-Temperatur; $t = T - T_0$ ; $\vartheta$ als Ausweichzeichen, wenn Zusammentreffen mit $t$ für die Zeit
$T, \Theta$	$\text{K}$	Temperatur, thermodynamische Temperatur
$\Delta T$	$\text{K}$	$= \Delta t = \Delta \vartheta$ , Temperaturdifferenz $\Delta t$ auch in $^\circ\text{C}$
$u$	$\text{m/s}$	Geschwindigkeit, Umfangsgeschwindigkeit
$u$	$\text{J}/\text{kg}$	spezifische Innere Energie
$U$	$\text{J}$	Innere Energie
$v$	$\text{m}^3/\text{kg}$	spezifisches Volumen; $v = V/m$
$V$	$\text{m}^3$	Volumen
$V_M$	$\text{m}^3/\text{kmol}$	stoffbezogenes (molares) Volumen
$V_{Mn}$	$\text{m}^3/\text{kmol}$	s.o, aber Normvolumen
$w_r$	$\text{J}/\text{kg}$	spezifische Raumänderungsarbeit
$W_r$	$\text{J}$	Raumänderungsarbeit
$w_t$	$\text{J}/\text{kg}$	spezifische technische Arbeit

## 12 Formelzeichen und Einheiten

Formelzeichen	SI-Einheit	Bedeutung
$W_t$	J	technische Arbeit
$x$	1	Dampfgehalt im Nassdampf, kg/kg
$y$	J/kg	spezifische Energie, spezifische Arbeit
$z$	–	Stufenzahl bei mehrstufiger Maschine
$\alpha, \alpha_1$	K <sup>-1</sup>	(thermischer) Längenausdehnungskoeffizient
$\alpha_v, \gamma$	K <sup>-1</sup>	(thermischer) Volumenausdehnungskoeffizient
$\gamma_{Qs}$	K <sup>-1</sup>	Raumausdehnungskoeffizient von Quecksilber
$\varepsilon$	1	Dehnung, Verdichtungsverhältnis, Leistungszahl (Kälteprozess)
$\eta$	1	Wirkungsgrad, Nutzen/Aufwand
$\kappa$	1	Isentropenexponent = $c_p/c_v$
$\lambda$	–	Liefergrad (Verdichter)
$\pi$	1	Verdichtungsverhältnis ( $p_2/p_1$ ); Gasturbine
$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	Dichte, volumenbezogene Masse $\rho = m/V$ ; $\rho = M/22,4$ bei 0 °C/1,013 ... bar
$\sigma$	N/mm <sup>2</sup>	Spannung
$\varphi$	1	Volldruck- oder Einspritzverhältnis (Dieselprozess)
$\zeta$	1	Drucksteigerungsbeiwert (Seiligerprozess)
$\Psi$	1	Einspritzverhältnis (Seiligerprozess)

---

# Einleitung

---

Die «Technische Wärmelehre» geht aus von realen Grundlagen der allgemeinen Experimentalphysik.

Die Größen Volumen, Druck, Temperatur sind für die Anwendung im technischen Bereich festgelegt. Darüber kommt man zur Zustandsgleichung der Gase. Durchgerechnete Beispiele führen zu weitergehenden Begriffen und über das Mol zu den beiden Gaskonstanten.

Der «1. Hauptsatz der Wärmelehre» bestätigt die Gleichheit von Wärme, Arbeit und elektrischer Energie. Daraus erhält man die Begriffe «Raumänderungsarbeit», «Innere Energie» und «Technische Arbeit», Enthalpie. Sie kommen aus den Erkenntnissen von ROBERT MAYER, werden gestützt von den spez. Wärmekapazitäten  $c_v$  und  $c_p$  der Gase.

Mit Beispielen, Hervorhebungen, Diagrammen kommt man über die Zustandsänderungen der Gase zur Darstellung der «Arbeit» und mit Hilfe des Entropiebegriffes zu der beim Arbeitsvorgang mitwirkenden «Wärme».

Der nächste Hauptabschnitt behandelt bereits einen verlustlos arbeitenden Kreisprozess, mit dem über Maschinen fortlaufend Wärmeenergie in Arbeit umgewandelt werden soll. Ein Blick auf das Indikatordiagramm eines «wirklichen» Prozesses führt zur Erörterung der Wirkungsgradfrage. Anschließend wird der Carnotprozess, wenn auch als praktisch nicht durchführbarer Idealprozess, behandelt. Danach folgt der «2. Hauptsatz der Wärmelehre» von CLAUSIUS mit dem Hinweis auf den unvermeidlichen Abwärmeverlust bei Maschinenprozessen. Der Enthalpiebegriff wird erweitert, die Temperatur als wichtiges Kennzeichen für den Wärmewert bestätigt, auf die Möglichkeit, Kälte aus Arbeit zu gewinnen, hingewiesen.

Die «Kreisprozesse» der Otto- und Dieselmotoren, der Gasturbinenprozess, der ein- und mehrstufige Verdichterprozess, Kältemaschine und Wärmepumpe sind mit Zahlenwerten der praktischen Anwendung als verlustlose, ideale Grundlagenprozesse durchgerechnet und dargestellt.

Seit der 6. Auflage folgt ein Abschnitt, der erklärt, wie man bei den hohen Drücken und

Temperaturen, die angewendet werden müssen, zur Berechnung der bisher noch nicht weiter angesprochenen «Verluste» kommt. Sie entstehen aus Vorgängen der Wärmeleitung, Reibung, Drosselung und bewirken, dass die Maschinenwirkungsgrade vom  $\eta_{th}$ -Wert aus bis zum  $\eta_e$ -Wert an der Kupplung abfallen.

Bis dahin ist hiervon nicht viel die Rede gewesen, um den Fortschritt der grundlegenden wichtigen Erklärungen nicht aufzuhalten oder zu stören.

Die Prozesse können sowohl mit Kolben- als auch mit Strömungsmaschinen durchgeführt werden. Je nach den Voraussetzungen – wie Leistung und Arbeitsmitteldurchsatz, Drehzahlen, Drücke und Temperaturen, Durchführbarkeit – muss entschieden werden, welche Bauart die besseren Möglichkeiten und den besseren Wirkungsgrad bringt und eingesetzt werden soll. Diese Fragen zu klären, ist nicht mehr Aufgabe der Technischen Wärmelehre. Um aber die Unterschiede in Aufbau, Wirkungsweise, Verlustquellen deutlich zeigen zu können, sind beide Bauarten an je einem typischen Beispiel und kurzen weiteren Hinweisen zur Einführung in dieses Gebiet besprochen.

Der «Wasserdampf» wird wie bisher von den Grundlagen bis zur Anwendung ausführlich behandelt. Die bekannten, für viele Berechnungen wichtigen Diagramme und Dampftafeln sind geblieben. Auch hier ist ein kurzer Abschnitt mit einem Ausschnitt aus dem  $h$ - $s$ -Diagramm, ein Hinweis auf Wirkungsgrade der Dampfturbinen und Einsatzbereiche des Wasserdampfes bei der Versorgung mit Strom und Wärme angefügt.

Schließlich ist der stark in Anwendung und Ausbau begriffene GuD-Prozess (Gas- und Dampfprozess) in großen Zügen besprochen. Die Gasturbine mit Leistungen um 150 MW verarbeitet heute Spitzentemperaturen bis 1100 °C; Abgastemperaturen um 600 °C ermöglichen die Nachschaltung eines Dampfturbinen-Kondensationsprozesses mit 80 bar, 500...540 °C Frischdampfzustand.

Dabei werden erstmalig effektive Kuppelungswirkungsgrade von  $\eta_e$  über 50% erreicht.





# 1 Physikalisch-wärmetechnische Grundlagen

Zunächst werden einige wichtige, aus der Physik schon bekannte Grundlagen und Begriffe besprochen, wobei die Frage ihrer Anwendung auf technische Probleme im Vordergrund steht.

## 1.1 Wärmedehnung fester, flüssiger, gasförmiger Stoffe

Mit steigender Temperatur nimmt die Längen- und Volumenvergrößerung der Stoffe zu. Ausnahme: Wasser hat bei +4 °C sein kleinstes Volumen. Sowohl bei Abkühlung als auch bei Erwärmung von 4 °C aus nimmt sein Volumen zu.

Bei den *Gasen* muss außerdem bezüglich ihrer Wärmeausdehnung gesagt werden, dass ihr Volumen mit der Erwärmung nur dann zunimmt, wenn es sich gleichzeitig frei ausdehnen kann; bei einer Erwärmung in geschlossenem Raum steigt mit der Temperatur auch der Druck des Gases.

### 1.1.1 Wärmedehnung fester Stoffe

Eine Längenänderung  $\Delta l = l_2 - l_1$  hängt verhältnismäßig von der Temperaturänderung ab.

Sie ist für die Stoffe verschieden, was durch den Längenausdehnungskoeffizienten  $\alpha$  erfasst wird; dieser ist temperaturabhängig, weswegen ggf. ein Mittelwert  $\alpha_m$  eingesetzt werden muss aus:

$$\alpha_m \Big|_{t_1}^{t_2} = \frac{\alpha_m \Big|_{t_0}^{t_2} \cdot t_2 - \alpha_m \Big|_{t_0}^{t_1} \cdot t_1}{t_2 - t_1}$$

mit:

- $t_0$  0 °C; allg. verabredete Bezugstemperatur
- $t_1$  Temperatur des Stoffes zu Beginn der Erwärmung
- $t_2$  Temperatur, auf die der Stoff erwärmt wird

Dann wird die Längenausdehnung:

$$\Delta l = l_2 - l_1 = \alpha_m \Big|_{t_1}^{t_2} \cdot l_1 \cdot (t_2 - t_1)$$

mit:

- $l_2$  Länge nach Erwärmung auf  $t_2$
- $l_1$  Länge vor Erwärmung bei  $t_1$

Einige mittlere Ausdehnungskoeffizienten  $\alpha_m \Big|_{t_0}^t$  sind im Anhang in Tabelle A2 zu finden.

Den temperaturabhängigen Verlauf von  $\alpha$ -Werten zeigt Bild 1.1.

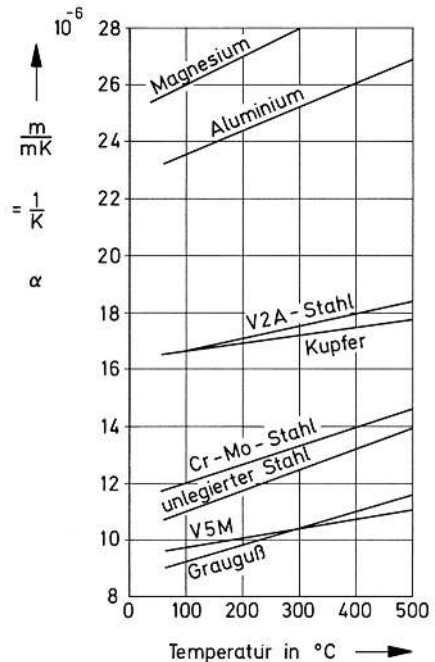


Bild 1.1 Linearer Längenausdehnungskoeffizient, abhängig von der Temperatur

### Beispiel 1.1

Eine Brücke aus Stahl,  $l = 300 \text{ m}$ , unterliegt Temperaturen zwischen 35 °C und -15 °C. Eines der Auflager muss Spiel für die Aufnahme der Längenunterschiede möglich machen. Wie groß ist die maximale Längenänderung?

**Lösung**

$$\Delta l = \alpha_m \Big|_{t_1}^{t_2} \cdot l_1 \cdot (t_2 - t_1)$$

Für  $\alpha_m \Big|_{t_1}^{t_2}$  kann man bei diesen geringen Unterschieden  $= 11 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$  einsetzen. Somit:

$$\begin{aligned} \Delta l &= 11 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}} \cdot 300 \text{ m} \cdot 50 \text{ K} \\ &= 0,165 \text{ m} = 165 \text{ mm} \end{aligned}$$

**Hinweise auf Wärmedehnungsprobleme**

Ergebnisse von Längenmessungen mit Messwerkzeugen, deren  $\alpha_m$ -Werte verschieden sind gegenüber der gemessenen Größe, bedürfen einer Korrektur.

- ! Heiße, gegeneinander bewegte Teile von Wärmekraft- und Arbeitsmaschinen, wie
- Kolben und Zylinder oder Labyrinth an Wellenstopfbuchsen, müssen ausreichen des Spiel erhalten.
- Rohrleitungen benötigen Festpunkte und Einrichtungen, mit denen Wärmedehnungen ausgeglichen werden.

**Wärmespannung, Schrumpfspannung**

Wird einem Körper die Möglichkeit zu freier Ausdehnung genommen, dann können unter dem Einfluss von Temperaturunterschieden Wärmespannungen entstehen. Diese Spannungen sind, solange sie unterhalb der Proportionalitätsgrenze bleiben, nach dem Hookeschen Gesetz berechenbar. Dabei ist:

$$\sigma = \varepsilon \cdot E$$

mit:

$\varepsilon$  die Dehnung  $= \Delta l/l$ , die der Körper erfährt, wenn er unter Zug- oder Druckbeanspruchung kommt. Sind Wärmedehnungen der Grund, dann sind die Spannungszustände die gleichen.

$E$  E-Modul des Stoffes

Somit gilt:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{l \cdot \alpha_m \cdot \Delta t}{l} = \alpha_m \cdot \Delta t$$

$$\sigma = \alpha_m \cdot (t_2 - t_1) \cdot E \quad \text{Wärmespannung}$$

Die Länge oder der Durchmesser eines unter Wärmedehnung kommenden Konstruktionsteiles spielt dabei also keine Rolle.

**Beispiel 1.2**

Unter welche Spannung kommt ein an beiden Enden fest eingespannter Stahlstab, der bei 20 °C spannungsfrei ist, wenn er gleichmäßig auf 90 °C erwärmt wird?

**Lösung**

$$\sigma = \alpha_m \cdot (t_2 - t_1) \cdot E$$

$$\alpha_m = 11 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}} \quad (\text{s. im Anhang Tabelle A2})$$

$$E = 2,15 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$$

$$\begin{aligned} \sigma &= 11 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}} \cdot 70 \text{ K} \cdot 2,15 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \\ &= 166 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

**Schrumpfspannung**

Die Eigenschaft der Wärmedehnung wird benutzt, um Teile durch Schrumpfen fest miteinander zu verbinden.

Beispiele: Radreifen von Eisenbahnfahrzeugen; der Innendurchmesser wird kleiner gemacht als der Sitzdurchmesser. Der Reifen wird soweit erwärmt, dass er sich über das Rad schieben lässt. Nach dem Erkalten sitzt der Reifen fest. Der Aluminiumzylinderkopf mit Innengewinde wird auf ca. 200 °C erwärmt und auf einen Stahlzylinder geschraubt, der auf -60 °C abgekühlt war.

**Raumausdehnung fester Körper**

Für die Raumausdehnung gilt analog

$$\Delta V = \gamma_m \Big|_{t_1}^{t_2} \cdot V_1 \cdot (t_2 - t_1)$$

mit:

$$\gamma_m \text{ Raumausdehnungskoeffizient} = 3 \cdot \alpha_m$$

Weiter gilt:

$$V_1 = V_0 \cdot (1 + 3 \cdot \alpha_m \Big|_{t_0}^{t_1} \cdot t_1)$$

wenn  $V_0$  das Volumen bei 0 °C darstellt.

**Beispiel 1.3**

Ein Behälter aus Stahlblech mit 1 m Kantenlänge und 1 m<sup>3</sup> Inhalt bei 0 °C wird auf 40 °C erwärmt.

Wie groß ist der neue Inhalt?

**Lösung**

$$V_1 = V_0 \cdot (1 + 3 \cdot \alpha_{m|t_0}^{t_1} \cdot t_1)$$

$$\alpha_{m|t_0}^{t_1} = 11 \cdot 10^{-6} \cdot 1/K$$

$$V_1 = 1 (1 + 33 \cdot 10^{-6} \cdot 40) = 1 \cdot \frac{1001320}{1000000} = 1,00132 \text{ m}^3$$

Der Inhalt beträgt 1,32 l mehr. Siehe Beispiel 1.4 über die Raumausdehnung von Wasser.

$$V_1 = 1,0 \cdot \left(1 + \frac{190 \cdot 40}{10^6}\right) = 1,0 \cdot \left(1 + \frac{7600}{10^6}\right) = 1,0076 \text{ m}^3$$

Die Volumenzunahme beträgt 7,6 l.

Vergleich mit Beispiel 1.3: Die Volumenzunahme beim Stahlbehälter betrug bei gleicher Aufwärmung 1,32 l. Man kann also das Wasser im vollgefüllten Behälter nicht erwärmen, ohne dass der Behälter unter Innendruck kommt. Der Druck breitet sich nach allen Richtungen hin aus und verursacht schließlich einen Bruch an der schwächsten Stelle.

Bei Warmwasserheizungen müssen Sicherheitsüberläufe vorgesehen werden. Benzinfässer oder Kesselwagen dürfen nicht ganz vollgefüllt werden.

**1.1.2 Wärmeausdehnung bei Flüssigkeiten**

Flüssigkeiten behalten auch unter zunehmendem Druck ihr Volumen und lassen sich praktisch nicht zusammendrücken. Wasser nimmt unter 220 bar nur um 1% des Volumens ab.

Dagegen ist die Volumenzunahme bei Temperaturerhöhung wesentlich größer als bei festen Stoffen, z.T. temperaturabhängig.

Für die Volumenzunahme gilt wie oben:

$$V_1 = V_0 \cdot (1 + \gamma_{m|t_0}^{t_1} \cdot t_1)$$

mit:  $\gamma_{m|t_0}^{t_1}$  Raumausdehnungskoeffizient (1/K)

$\gamma_{m t_0}^{t_1}$ bei	0...50 °C	0...100 °C
für Wasser	= 236 · 10 <sup>-6</sup>	433 · 10 <sup>-6</sup>
für Quecksilber	= 182 · 10 <sup>-6</sup>	188 · 10 <sup>-6</sup>
für Benzol	= 1251 · 10 <sup>-6</sup>	1349 · 10 <sup>-6</sup>

**Beispiel 1.4**

1 m<sup>3</sup> Wasser von 0 °C wird auf 40 °C erwärmt. Wie groß ist das neue Volumen?

**Lösung**

$$\gamma_{m,0-40} = 190 \cdot 10^{-6} \cdot 1/K$$

**1.1.3 Wärmeausdehnung der Gase**

Alle (idealen) Gase dehnen sich, wenn man ihnen Raum gibt, so dass sich der Druck, unter dem sie stehen, nicht ändern kann, je Grad Erwärmung ab 0 °C um 1/273,15 ihres Volumens aus.

Raumausdehnungskoeffizient der Gase:

$$\alpha_v = \frac{1 \text{ m}^3}{273,15 \text{ m}^3 \text{ K}}$$

Somit ist die Volumenzunahme, ausgehend von V<sub>0</sub> bei 0 °C, rund:

$$V_1 = V_0 \cdot (1 + \alpha_v \cdot t_1) = V_0 \cdot \left(1 + \frac{t_1}{273 \text{ K}}\right) = V_0 \cdot \frac{273 \text{ K} + t_1}{273 \text{ K}}$$

$$V_1 = V_0 \cdot \frac{T_1}{T_0} \quad \text{wobei } 273 \text{ K} + t_1 = T_1$$

Bei Erwärmung von T<sub>0</sub> auf T<sub>2</sub> gilt entsprechend:

$$V_2 = V_0 \cdot \frac{T_2}{T_0}$$

und weiter:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad \text{bei konstantem Gasdruck}$$

Dieses Gas-Gesetz ist nach dem Entdecker GAY-LUSSAC (1778 bis 1850) benannt.

**Beispiel 1.5**

Ein Gasometer enthält 210 000 m<sup>3</sup> Stadtgas, gemessen bei 2 °C Temperatur. Das Gas liegt unter dem Druck, den die abschließende, auf dem Gas schwimmende Scheibe verursacht; der Gasdruck kann sich bei Volumenänderungen nicht ändern, denn die Scheibe macht alle Bewegungen mit.

Wie viel m<sup>3</sup> enthält der Gasometer bei einer Temperatur von 28 °C?

**Lösung**

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \text{ hier } = \frac{273 + 28}{273 + 2} = 1,094$$

$$V_2 = 1,094 \cdot 210\,000 = 229\,854 \text{ m}^3$$

Das Ergebnis wäre vollkommen falsch, wenn man mit den Celsius-Temperaturen, also mit 28/2 = 14 umrechnen würde.

**Gasdruck**

Wenn das Gas erwärmt wird und der Raum, in dem es sich befindet, geschlossen bleibt, dann steigt der Gasdruck.

Die Druckerhöhung lässt sich mit den später behandelten Gasgesetzen berechnen.

**1.2 Zustandsgrößen der Gase**

3 Größen bestimmen den physikalisch messbaren «Zustand», in dem ein Gas sich befindet:

- Volumen, der Raum, den die betrachtete Gasmasse einnimmt,
- Druck, unter dem das Gas dabei steht,
- Temperatur, die im Gas herrscht.

Ändert man eine dieser Größen, dann ändern sich die beiden anderen auch: der «Zustand» des Gases ändert sich. Zunächst werden hier diese Größen definiert:

**1.2.1 Volumen V, spez. Volumen v, Dichte ρ**

**Volumen V gemessen in m<sup>3</sup>.**

Der Raum, der dem Gas zur Verfügung steht, wird von ihm vollständig ausgefüllt.

**Spez. Volumen v gemessen in m<sup>3</sup>/kg**

Das spez. Volumen v ist eine häufig vorkommende Zustandsgröße. Es gibt die Größe des Raumes an, die 1 kg eines Gases einnimmt.

**Dichte ρ gemessen in kg/m<sup>3</sup>**

Die Dichte gibt an, welche Gasmasse in kg sich in einem gegebenen Raum befindet.

Da Gase zusammendrückbar sind, da sie außerdem den gesamten zur Verfügung stehenden Raum ausfüllen, ändert sich bei entsprechender Einwirkung das spez. Volumen und die Dichte.

**Beispiel 1.6**

In einem mit verschiebbarem Kolben versehenen Zylinder von V = 1 m<sup>3</sup> Inhalt befinden sich 2 kg Luft bei einer Raumtemperatur von 20 °C (Bild 1.2).

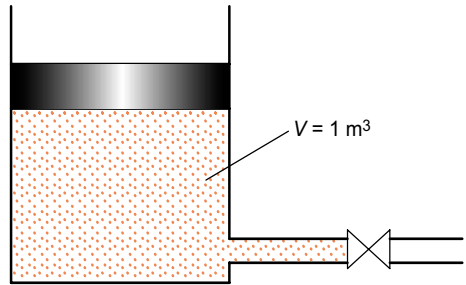


Bild 1.2  
Beispiel zu Volumen, spez. Volumen, Dichte

a) Wie groß ist V in m<sup>3</sup>, v in m<sup>3</sup>/kg, ρ in kg/m<sup>3</sup>?

**Lösung**

Raum V = 1 m<sup>3</sup> (gegeben)  
 spez. Volumen v = 1 m<sup>3</sup>/2 kg = 0,5 m<sup>3</sup>/kg  
 Dichte ρ = 2 kg/1 m<sup>3</sup> = 2,0 kg/m<sup>3</sup>  
 allgemeine Anmerkung: Der Druck, unter dem diese Luft steht, beträgt 1,7 bar bei Raumtemperatur 20 °C (wie später gezeigt werden wird).

b) Der Raum bleibt 1 m<sup>3</sup>. Die Luft wird durch Einwirken von außen oder innen auf 100 °C erwärmt.

Wie groß werden V in m<sup>3</sup>, v in m<sup>3</sup>/kg, ρ in kg/m<sup>3</sup>? Was wird vermutlich mit dem «Zustand» der Luft geschehen?

**Lösung**

Der Raum  $V = 1 \text{ m}^3$  bleibt und ist gegeben.

Spez. Volumen  $v = 0,5 \text{ m}^3/\text{kg}$  bleibt, weder Raum noch Masse ändern sich.

Dichte  $\rho = 2,0 \text{ kg/m}^3$  bleibt aus dem gleichen Grund.

Der Gesamtzustand der Luft muss sich jedoch gegenüber a) geändert haben, weil die Temperatur höher ist. Und zwar wird sich der Druck erhöhen (auf  $\approx 2,2 \text{ bar}$ ). Praktischer Fall: Autoreifen mit Druckerhöhung durch Erwärmen nach längerer Fahrt.

- c) Aus dem Raum (der, wie wir «sehen», unter Überdruck steht) werden durch kurzzeitiges Öffnen eines Ventiles  $0,6 \text{ kg}$  Luft abgelassen; die Luft hat  $20^\circ\text{C}$ .

Wie groß werden  $V$  in  $\text{m}^3$ ,  $v$  in  $\text{m}^3/\text{kg}$ ,  $\rho$  in  $\text{kg/m}^3$ ? Was wird sich am «Zustand» der Luft vermutlich ändern?

**Lösung**

Der Raum  $V = 1 \text{ m}^3$  bleibt gleich; die verbliebene Luft nimmt wieder den Gesamtraum ein.

Spez. Volumen  $v = 1 \text{ m}^3/1,4 \text{ kg} = 0,712 \text{ m}^3/\text{kg}$  wird größer als bei a) und b).

Dichte  $\rho = 1,4 \text{ kg}/1 \text{ m}^3 = 1,4 \text{ kg/m}^3$  wird kleiner.

Der Druck im Gas wird fallen (auf  $\approx 1,2 \text{ bar}$ ). Praktischer Fall: Autoreifen nach Luftverlust.

- d) Das Ventil bleibt geschlossen. Der Zustand a) mit  $2 \text{ kg}$  Luft und  $V = 1 \text{ m}^3$  Rauminhalt wird wiederhergestellt. Die Luft habe wieder Raumtemperatur von  $20^\circ\text{C}$ .  
Jetzt wird der Kolben in den Zylinder gedrückt, so dass der Luft nur noch  $0,7 \text{ m}^3$  Raum zur Verfügung stehen.

Wie groß werden  $V$  in  $\text{m}^3$ ,  $v$  in  $\text{m}^3/\text{kg}$ ,  $\rho$  in  $\text{kg/m}^3$ ? Was wird sich am «Zustand» der Luft vermutlich geändert haben?

**Lösung**

Der Raum  $V = 0,7 \text{ m}^3$  gegeben.

Spez. Volumen  $v = 0,7 \text{ m}^3/2 \text{ kg} = 0,35 \text{ m}^3/\text{kg}$  wird kleiner.

Dichte  $\rho = 2 \text{ kg}/0,7 \text{ m}^3 = 2,86 \text{ kg/m}^3$  wird größer

Der Druck im Gas wird durch das Hineindrücken des Kolbens steigen (bei Raumtemperatur  $20^\circ\text{C}$  auf  $\approx 2,4 \text{ bar}$ ).

Aus den Beispielen ist zu schließen, dass sich  $v$  und  $\rho$  mit der «Änderung des Zustandes» eines Gases ändern. Man kann weiter schließen, dass eine Änderung des Druckes oder der Temperatur oder beider gleichzeitig, den «Zustand» eines Gases ändern.

Man erkennt weiter, dass die Einwirkung von Wärme (Fall b) oder von mech. Arbeit (Fall d) den «Zustand» ändern.

**Zusammenfassung der Begriffe**

$V =$  Gesamttraum;  $m =$  Gasmasse

$v = \frac{V}{m} =$  spez. Volumen des Gases

$\rho = \frac{m}{V}$  Dichte des Gases, auch  $= \frac{1}{v}$

**1.2.2 Druck und Druckmessung**

Da Gase sich zusammendrücken lassen, wobei sich ihr Zustand, z.B. das spez. Volumen und die Dichte ändert, ist der Druck unter dem sie stehen, ebenfalls eine «Zustandsgröße».

Setzt man ein Gas unter Druck, dann wirkt dieser auf jeden Teil der irgendwie geformten Begrenzungsfläche (Bild 1.3, Druck ist Kraft geteilt durch senkrecht dazu gerichteter Fläche).

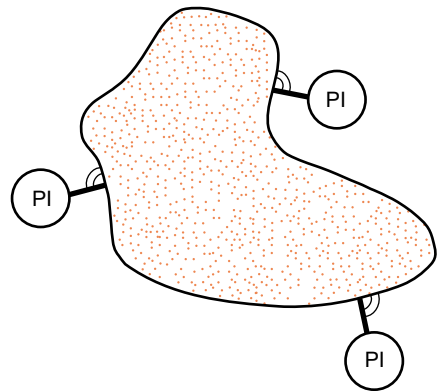


Bild 1.3 Druckwirkung bei Gasen

Bei Flüssigkeiten nimmt der Druck wegen des großen Gewichtseinflusses mit der Tiefe zu.



Umrechnung nicht mehr anzuwendender Druckeinheiten in Pascal und Bar:

1 kp/cm <sup>2</sup>	= 1 at = 98 066 Pa = 0,98066 bar (technische Atmosphäre)
1 atm	= 101 325 Pa = 1,01325 bar (physikalische Atmosphäre)
1 Torr	= 1 atm/760 = 133,32 Pa = 1,3332 mbar (besonderer Name)
1 mmHg	= 133,32 Pa = 1,3332 mbar = 1,3332 Hektopascal bei 0° C
1 mWS	= 9806,65 Pa = 98,0665 mbar = 98,0665 Hektopascal bei $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$

Zu diesen beiden letzten Druckeinheiten ist anzumerken, dass sie zur Messung kleiner Drücke wegen der erzielbaren Ablesegenauigkeit verwendet werden:

$$p = \rho \cdot g \cdot h$$

mit

- $\rho$  Dichte der Messflüssigkeit in kg/m<sup>3</sup>
- $g$  Fallbeschleunigung in m/s<sup>2</sup>, z.B. 9,81 m/s<sup>2</sup>
- $h$  Höhe der Flüssigkeitssäule in m

#### Beispiel 1.7

Wie groß ist der Druck, den eine Wassersäule von  $h = 10 \text{ m}$  Höhe,  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$  auf ihre Unterlage ausübt?

#### Lösung

$$\begin{aligned} p &= \rho \cdot g \cdot h = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10 \text{ m} \\ &= 98\,100 \frac{\text{kgm}}{\text{s}^2} \cdot \frac{1}{\text{m}^2} = 98\,100 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \\ &= 98\,100 \text{ Pa} = 0,981 \text{ bar} \end{aligned}$$

Dabei spielt es keine Rolle, welchen Durchmesser beispielsweise ein Glasrohr hat, in dem sich das Wasser befindet. Je größer dessen Querschnitt, desto mehr Wassermasse, aber auch desto mehr gedrückte Fläche  $A$ ; Druck =  $F/A$ .

**Hinweis:** Bei genauen Messungen ist zu beachten, dass  $\rho$  temperaturabhängig ist und dass  $g$  örtlich verschieden sein kann.

#### Barometer

Um den absoluten Druck

$p_{\text{abs}}$  aus  $p_{\text{abs}} = p_e + p_{\text{amb}}$  bestimmen zu können (s. Bild 1.4), muss der Umgebungsdruck

(meist Atmosphärendruck)  $p_{\text{amb}}$  bekannt sein. Er wird mit dem Barometer gemessen.

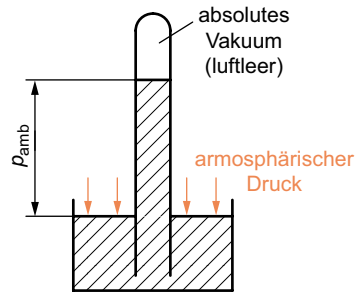


Bild 1.5 Barometer

Ein Barometer, Bild 1.5, besteht aus einem an einem Ende geschlossenen Glasrohr. Dieses wird zunächst mit der Messflüssigkeit (Quecksilber) so gefüllt, dass die Luft aus dem Glasrohr verdrängt wird. Dann wird das Rohr umgekehrt in das Auffanggefäß gestellt, wo keine Luft eindringen darf.

Die Quecksilbersäule hält das Gleichgewicht zum Umgebungsluftdruck. Bei der Anzeige ist die temperaturabhängige Wärmedehnung des Quecksilbers (und ggfs. des Glasrohres) zu berücksichtigen.

#### Beispiel 1.8

Das Barometer zeigt  $p_{\text{amb}} = 745 \text{ mmHg}$  bei einer Raumtemperatur von  $t_t = 20^\circ \text{C}$  an.

Wie groß ist der auf  $0^\circ \text{C}$  reduzierte absolute Luftdruck in bar?

#### Lösung

Wärmedehnung Glasrohr vernachlässigbar. Das ausgedehnte Hg-Volumen ist gleich der Längenzunahme der Hg-Säule:

$$V_t = V_0 \cdot (1 + \gamma_m \cdot t_t) = \text{Hg} \cdot \text{Volumen}$$

$$V_0 = t_2 = \frac{Q}{m \cdot c} + t_1$$

$$p_0 = \frac{745}{1 + 182 \cdot 10^{-6} \cdot 20} = \frac{745}{1,00364}$$

$$p_0 = 742,28 \text{ mmHg}$$

Umgerechnet mit 1 mmHg = 133,32 Pa wird

$$p_{\text{amb},0} = 742,3 \text{ mmHg} \cdot 133,32 \text{ Pa/mmHg}$$

$$p_{\text{amb},0} = 98963,4 \text{ Pa} = 0,990 \text{ bar}$$

Die Wärmedehnung des Glasrohres kann gegenüber der des Quecksilbers vernachlässigt werden.

**Druckmessung mit Flüssigkeitssäulen**

Handelt es sich um die Druckmessung von Gasen und Dämpfen, dann spielt es keine Rolle, an welcher Stelle eines Behälters oder einer Rohrleitung der Druckmessstutzen angebracht ist. Die Höhenlage der Messstelle hat hierbei, im Unterschied zur Druckmessung von Flüssigkeiten, keinen Einfluss auf das Messergebnis.

Auf Bild 1.6 sind Druckmessstellen für Überdruck und für Unterdruck gezeichnet.

Als Sperrflüssigkeit (Messflüssigkeit) werden verwendet:

Wasser:  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$  (genau bei + 4 °C)

Quecksilber:  $\rho = 13\,550 \text{ kg/m}^3$  bei 20 °C

außerdem andere Flüssigkeiten, wenn die Größe des zu erwartenden Ausschlags  $h$  dies erfordert.

**Beispiel 1.9**

An einem Vakuummeter, ähnlich Bild 1.6 rechts, wird eine Höhe  $h = 672,3 \text{ mmHg}$  an der mit Quecksilber gefüllten Messstrecke abgelesen. Der Barometerstand ist gleichzeitig  $p_{\text{amb}} = 742,3 \text{ mmHg}$ . Beide Werte seien auf 0 °C reduziert.

Wie groß ist der absolute Druck im Gefäß?

Wie viel % vom möglichen Druck beträgt das Vakuum?

**Lösung** siehe Bild 1.4

$$p_e = -672,3 \text{ mmHg}$$

$$p_{\text{amb}} = 742,3 \text{ mmHg}$$

$$p_{\text{abs}} = p_{\text{amb}} - p_e = 742,3 \text{ mmHg} - 672,3 \text{ mmHg} = 70 \text{ mmHg}$$

$$p_{\text{abs}} = 70 \text{ mmHg} \cdot 133,32 \text{ Pa/mmHg} = 9332 \text{ Pa}$$

$$p_{\text{abs}} = 0,0933 \text{ bar}$$

In % ist das Vakuum

$$= (672,3 \text{ mmHg} / 742,3 \text{ mmHg}) \cdot 100 = 90,6\% \text{ vom möglichen Vakuum (100\% Vakuum} = 0 \text{ bar)}.$$

**Schrägrohrdruckmesser (Bild 1.7)**

Wenn kleine Überdrücke gemessen werden sollen (Abgasleitungen und Ähnliches), wird der Schrägrohrdruckmesser verwendet.

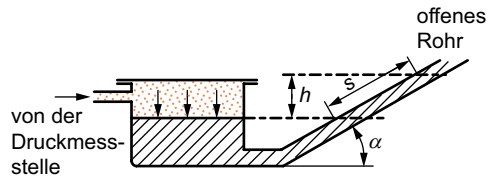


Bild 1.7 Schrägrohrdruckmesser

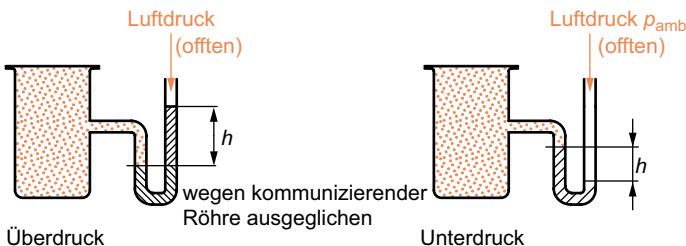


Bild 1.6 Flüssigkeitsdruckmesser



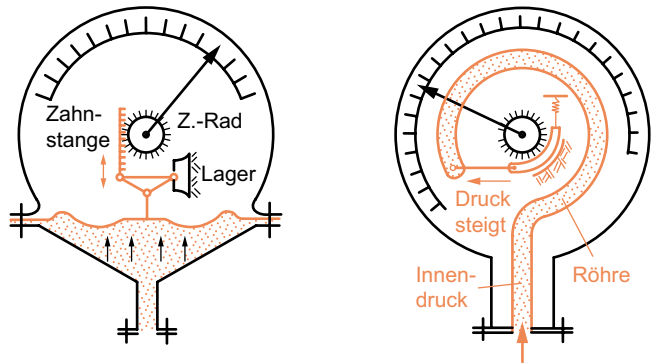


Bild 1.8  
Plattenfeder- und Röhrenfedermanometer

Die Druckhöhe  $h$  ist aus der Ablesung der Länge  $s$  zu berechnen:

$$h = s \cdot \sin \alpha$$

Der Druck selbst ist dann, unter Berücksichtigung des Umgebungsdruckes  $p_{\text{amb}}$  und der Messflüssigkeit, entsprechend der Darstellung auf Bild 1.4, zu berechnen.

Der Durchmesser des Gefäßes links muss groß sein gegenüber dem Durchmesser der eigentlichen Messröhre. Anderenfalls muss eine Nullpunktkorrektur für  $h$  vorgenommen werden, wenn im Gefäß eine merkbare Spiegelabsenkung eintritt.

Die Ableseskala am Schrägrohr kann eine derartige Teilung erhalten, dass  $h$  direkt ablesbar ist.

#### Plattenfeder- und Röhrenfedermanometer

Der Druck wird mechanisch über elastische Platten (einfacher, billiger) oder über flachgedrückte Rohre (Bourdon-Rohr) aufgenommen und mit Hebel und Zahnstangenübersetzungen auf den Zeiger übertragen (Bild 1.8). Bei der Ausführung gibt es verschiedene Güteklassen, je nach dem Grad der verlangten Messgenauigkeit.

Alle diese Instrumente zeigen Überdrücke  $p_e$  im Sinn des Bildes 1.4 an. Bei Berechnungen im Bereich der Technischen Wärmelehre (TW) müssen die Absolutwerte  $p_{\text{abs}}$  eingesetzt werden, die von 0 bar an gelten, weil die Umgebungsluftdrücke  $p_{\text{amb}}$  von der Höhenlage abhängen und außerdem schwanken.

Ebenso gelten gedruckte Diagramme, die zu Berechnungen in der TW benutzt werden,

immer für die  $p_{\text{abs}}$ -Werte der Gase oder Dämpfe.

#### Beispiel 1.10

Ein Röhrenfedermanometer zeigt 5,8 bar bei einem Barometerstand  $p_{\text{amb}} = 752 \text{ mmHg}$ . Wie groß ist der absolute Druck in bar?

**Lösung** siehe Bild 1.4

$$p_{\text{abs}} = p_e + p_{\text{amb}}$$

$$p_e = 5,8 \text{ bar, gemessen}$$

$$p_{\text{amb}} = 752 \text{ mmHg} \cdot 133,3 \text{ Pa/mmHg}$$

$$p_{\text{amb}} = 100\,242 \text{ Pa} = 1,002 \text{ bar}$$

$$p_{\text{abs}} = 6,802 \text{ bar}$$

### 1.2.3 Temperatur, Temperaturmessung

Jede Änderung der Temperatur hat auch eine Änderung des Gaszustandes zur Folge.

Temperatur ist eine Größe, die zunächst nur als «kalt» oder «warm» unterschieden werden kann. Messgrößen und Einheiten sind aus der Beobachtung des Verhaltens kalter und warmer Körper hergeleitet worden wie

- Änderung des Volumens,
- Änderung des elektrischen Widerstandes,
- Änderung der Glühfarbe und andere.

Zur Festlegung einer Temperaturskala wurde zuerst die Wärmedehnung des Quecksilbers (Hg) zwischen den Fundamentalpunkten schmelzenden Eises und siedenden reinen Wassers, beides unter Atmosphärendruck in Meereshöhe mit  $760 \text{ mmHg} = 1,0132 \text{ bar}$ , als Grundlage gewählt. So entstand die Celsius-

skala mit 100 Teilstrichen zwischen diesen beiden Punkten. Sie wurde nach unten und oben erweitert, wobei sich Grenzen für den Verwendungsbereich ergeben, weil das Quecksilber bei  $-38,8^\circ\text{C}$  fest wird und bei  $+357^\circ\text{C}$  siedet und zu verdampfen beginnt; setzt man die Hg-Säule unter Stickstoff von hohem Druck, dann kann das Sieden bis ca.  $700^\circ\text{C}$  verhindert werden.

Andere Füllstoffe als Hg, wie Alkohol, zeigen Ungleichmäßigkeiten in der temperaturabhängigen Wärmedehnung; diese können durch Anpassen der Strichabstände auf der Skala oder durch Formgebung der Kapillare ausgeglichen werden.

Ein gleichbleibender Zusammenhang zwischen Volumen- und Temperaturänderung besteht dagegen bei allen Gasen. Unter konstant belassenem Druck dehnen sich alle «idealen» Gase je  $1^\circ\text{C}$  Erwärmung um  $1/273,15$  des Volumens aus, das sie bei  $0^\circ\text{C}$  einnehmen. Die so hergestellte Temperaturskala bringt eine exakt lineare Unterteilung. Hierzu sei kurz vorweggenommen: der Begriff «ideales Gas» bedeutet, dass das Gas in seinem Verhalten den Gesetzen von GAY-LUSSAC und BOYLE-MARIOTTE exakt folgt und beim Abkühlen nicht flüssig wird.

Bei niedrigem Druck kommen Wasserstoff und Helium dem idealen Gas sehr nahe.

Zur eigentlichen Messung wird ein noch zu besprechendes Gasgesetz benutzt, wonach der Zusammenhang besteht:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \quad \text{oder umgestellt} \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2},$$

wenn ein Gas in geschlossenem Raum ( $V = \text{konst.}$ ) erwärmt oder abgekühlt wird. Ein Vorteil ist die einfachere Messtechnik. Da hierbei wärmetechnische Gasgesetze angewendet werden, wird diese Temperatur nach DIN 1345 als «thermodynamische Temperatur» bezeichnet. Als Festpunkt dieser Skala ist statt des Eispunktes des Wassers bei  $0^\circ\text{C}$  der «Tripelpunkt» von reinem Wasser bei  $0,01^\circ\text{C}$  gewählt worden; er bedeutet, dass bei dieser Temperatur und unter dem Druck von  $6,11$  mbar Eis, Wasser und Wasserdampf gleichzeitig vorkommen. Mit Hilfe der Gasgesetze findet sich auch der Punkt, an welchem die absolute Temperatur  $0$  herrschen muss, wie folgt:

Kühlt man ein Gas unter  $0^\circ\text{C}$  weiter ab, dann wird sein Volumen immer kleiner. Der unterste Punkt einer Temperaturskala muss nach den Gasgesetzen bei  $-273^\circ\text{C}$  liegen. Hierbei wäre das Volumen  $0$ , eine Abkühlung unter diese Temperatur ist nicht möglich.

Dort beginnt die «absolute Temperatur». Sie wird mit  $T$  bezeichnet, die SI-Einheit ist das «Kelvin», Einheitenzeichen K (LORD KELVIN, engl. Physiker 1824 bis 1907).

Temperaturangaben der «absoluten Skala» liegen um  $273$  Grad höher als die der Celsiuskala:

$$T = t + 273,15$$

Bei Angabe der Celsiusstemperatur  $t$  (auch  $\theta$ ) nach:

$$t = T - T_0 \quad \text{mit} \quad T_0 = 273,15 \text{ K}$$

wird nach DIN 1345 der Einheitenname «Grad Celsius» (Zeichen  $^\circ\text{C}$ ) als besonderer Name für das «Kelvin» benutzt.

Zur Bezeichnung von Toleranzbereichen oder von Messunsicherheiten wird folgende Schreibweise vorgeschlagen:

- für Temperaturdifferenzen  
 $\Delta T = \Delta t = (20,0 \pm 0,2) \text{ K}$
- für Celsiusstemperaturen  
 $\Delta t = (20,0 \pm 0,2) ^\circ\text{C}$  (s. Bild 1.9).

Für die meisten Rechnungen in der TW genügt der abgerundete Wert  $T_K = 273 \text{ K}$  für den Abstand des Eispunktes zum absoluten Nullpunkt.

#### Kurze Anwendungsbeispiele:

- a)  $T = 320 \text{ K}$  entspricht  
 $t = 320 \text{ K} - 273 \text{ K} = 47^\circ\text{C}$
- b)  $T = 200 \text{ K}$  entspricht  
 $t = 200 \text{ K} - 273 \text{ K} = -73^\circ\text{C}$
- c)  $t = 20^\circ\text{C}$  ist beim Rechnen mit den Gasgesetzen als  $T = 293 \text{ K}$  einzusetzen.

Bei der Rechnung mit anderen als Celsiusgraden oder absoluten Temperaturen, wie in englischsprachigen Ländern, wird die Fahrenheit- und die Rankine-Skala benutzt. Dort liegen die Nullpunkte der Skalen willkürlich und anders als bei der Celsius-Skala. Auf Bild 1.10

sind die Werte, die sich daraus ergeben, im Vergleich zum Eis- und Siedepunkt des Wassers (unter 1,0132 bar = 760 mmHg) eingetragen (FAHRENHEIT 1686 bis 1736; auf 9 Fahrenheitgrade kommen 5 Kelvingrade).

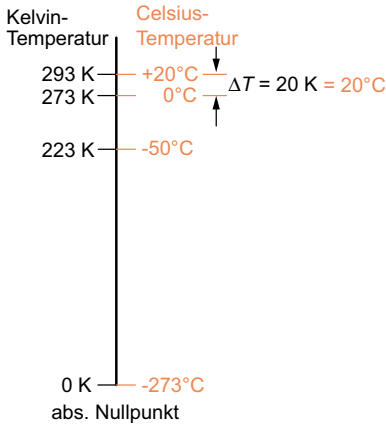


Bild 1.9 Bezeichnungen bei der Angabe von Temperaturen

Umrechnungen erfolgen mit den Zahlenwertgleichungen:

$$T_K = 273,15 + t_C = \frac{5}{9} T_R$$

$$T_R = 459,67 + t_F = 1,8 T_K$$

$$t_C = \frac{5}{9} (t_F - 32) = T_K - 273,15$$

$$t_F = 1,8 t_C + 32 = T_R - 459,67$$

### Beispiel 1.11

a) Die Celsius-Temperatur  $t_C = 20^\circ\text{C}$  soll in K,  $^\circ\text{F}$ ,  $^\circ\text{R}$  ausgedrückt werden.

#### Lösung a)

$$T_K = 273,15 + t_C = 273,15 + 20$$

$$= 293,15 \text{ K}$$

$$T_R = 1,8 \cdot T_K = 527,7^\circ\text{R}$$

$$t_F = 1,8 \cdot t_C + 32 = 1,8 \cdot 20 + 32 = 68^\circ\text{F}$$

b) Die Fahrenheit-Temperatur  $110^\circ\text{F}$  soll in  $^\circ\text{C}$  und in K ausgedrückt werden.

#### Lösung b)

$$t_C = \frac{5}{9} (t_F - 32) = \frac{5}{9} \cdot (110 - 32)$$

$$= 43,3^\circ\text{C}$$

$$T_K = 273,15 + 43,3 = 316,45 \text{ K}$$

### Temperaturmessung

Hier sei kurz auf das Prinzip einiger möglicher, oft eingesetzter Messgeräte hingewiesen.

#### Ausdehnungsthermometer

Sie werden je nach Temperaturbereich mit Alkohol, Toluol, Pentan (niedrige Temperaturen), Quecksilber, oder Galliumlegierung gefüllt. Bei Temperaturmessung über  $300^\circ\text{C}$  muss die Kapillare eine  $\text{CO}_2$ - oder  $\text{N}_2$ -Füllung von 20...60 bar Druck erhalten, um Dampfbildung in der Messflüssigkeit zu verhindern. Eine Fernanzeige ist durch Verlängern der Kapillarleitung bis ca. 50 m möglich.

Für genaue Temperaturbestimmung muss die gemessene Temperatur um die Fadenkor-

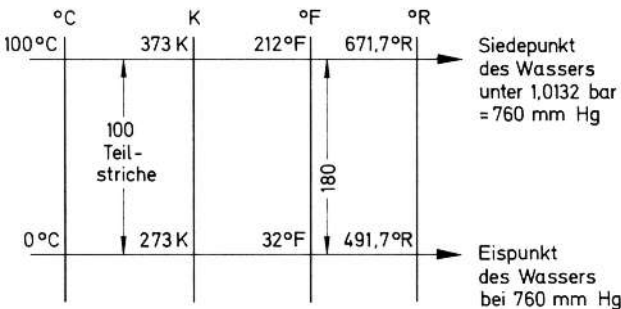


Bild 1.10 Celsius-, Kelvin-, Fahrenheit-, Rankine-Temperatureinheiten

rektur erhöht werden. Dabei ist die wahre Temperatur:

$$t = t_a + k \cdot n \cdot (t_a - t_F)$$

mit:

$t_a$  abgelesene Temperatur

$t_F$  Mitteltemperatur des herausragenden Fadens in °C

$n$  Länge des herausragenden Fadens in Grad

$k$  scheinbarer Ausdehnungskoeffizient der Thermometerflüssigkeit in 1/K:

- Pentangemisch, Alkohol, Toluol  $1 \cdot 10^{-3}$  1/K
- Quecksilber, Hg-Tallium  $0,16 \cdot 10^{-3}$  1/K
- Galliumlegierung  $0,10 \cdot 10^{-3}$  1/K

**Beispiel 1.12**

Mittels Quecksilberthermometer werden in einer Heißdampfleitung  $t_a = 520$  °C gemessen (Bild 1.11). Der Hg-Faden ragt ab  $350$  °C aus der wärmeisolierten Tauchhülse heraus. Die nächste Umgebung des Thermometers hat eine Temperatur von  $t_F = 43$  °C.

Wie groß ist die wahre Heißdampftemperatur  $t$  in °C?

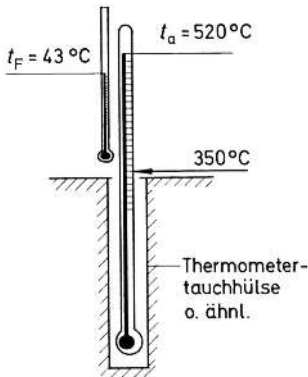


Bild 1.11  
Berechnung der Fadenkorrektur; Beispiel

**Lösung**

$$t = t_a + k \cdot n \cdot (t_a - t_F)$$

$$t = 520 \text{ °C} + 0,16 \cdot 10^{-3} \cdot (520 - 350) \cdot (520 - 43) \text{ °C}$$

$$t = 520 \text{ °C} + 13 \text{ °C} = 533 \text{ °C}$$

Je weiter das Thermometer aus der Tauchhülse herausragt, umso stärker kühlt der Faden ab, umso niedriger wird die Anzeige, umso höher die wahre Temperatur.

*Widerstandsthermometer*

Für Fernübertragung brauchbar. Der elektrische Widerstand einer Wicklung ändert sich mit der Temperatur. Bei niedriger Temperatur fließt mehr Strom, den ein Instrument anzeigt. Anwendungsbereich  $-220$  °C bis  $+850$  °C.

*Thermoelemente*

Sie bestehen aus zwei Drähten verschiedener Metalle, die an einem Ende verlötet sind. Die anderen Enden gehen zu einem Voltmeter. Je nach Metallkombination liegt der Messbereich bei  $-200$  °C bis  $+1500$  °C.

*Strahlungspyrometer*

Die Leuchtkraft eines glühenden Körpers wird zur Temperaturbestimmung benutzt. Anwendung in manchen verschiedenen Ausführungen von  $+650$  °C... $3500$  °C.

Schmelzpunkt-Pyrometer, Segerkegel  
 $+600$ ... $2000$  °C.

Temperaturmessfarben (Farbumschlag)  
 $+40$  °C... $1350$  °C.

**1.3 Spezifische Wärmekapazität, Anwendungen**

Die spezifische Wärmekapazität eines Stoffes gibt unter anderem Einblick in seine Fähigkeit, Wärme zu speichern.

Allgemein ist die spezifische Wärmekapazität  $c$  die Wärmemenge, die benötigt wird, um die Temperatur einer abgemessenen Menge eines Stoffes um 1 K zu erhöhen.

Sie wird bezogen auf beispielsweise:

- $m = 1$  kg und heißt dann  $c$  in kJ/kg K (auch  $c_p, c_v$ )
- $n = 1$  kmol, wobei  $C_m$  in kJ/kmol K
- $V = 1$  m<sup>3</sup>, wobei  $C$  in kJ/m<sup>3</sup> K ( $C_p, C_v$ )

Bei Indizes  $p$  und  $v$  für gasförmige Stoffe sind bei deren Erwärmung:

$p = \text{konst.}$  bzw.  $v = \text{konst.}$

Demnach werden zur Temperaturerhöhung von  $t_1$  auf  $t_2$  benötigt:

$$Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) \text{ kJ}$$

für  $m$  kg eines Stoffes

$$q = c \cdot (t_2 - t_1) \text{ kJ/kg}$$

für 1 kg eines Stoffes

Durch Umstellen dieser Gleichung lässt sich die Temperatur  $t_2$  errechnen:

$$t_2 = \frac{Q}{m \cdot c} + t_1$$

wenn die zugeführte Wärme, beispielsweise Reibungswärme bei einem Bremsvorgang, bekannt ist.

### 1.3.1 Wahre und mittlere spez. Wärmekapazität

Die spezifischen Wärmekapazitäten der verschiedenen Stoffe sind verschieden und nicht konstant. Sie sind mehr oder weniger temperaturabhängig und nehmen i.Allg. mit zunehmender Temperatur zu. Man unterscheidet daher:

$c$  = wahre spez. Wärmekapazität, die aufzuwenden ist, um den Stoff, der eine beliebige Temperatur hat, um 1 K, also eine sehr kleine Temperaturdifferenz, aufzuwärmen (abzukühlen),

$c_m$  = mittlere spez. Wärmekapazität, die eingesetzt wird, wenn man den Stoff um einen größeren Temperaturbetrag erwärmen will.

Die beiden Begriffe sind in Bild 1.12 erläutert. Die  $c$ - und  $c_m$ -Werte der Stoffe sind bekannt. Sie können Tabellen, auf die noch hingewiesen wird, entnommen werden.

Aus Tabellen kennt man die  $c_m$ -Werte zwischen  $t_2$  und  $t_0$ , wobei für  $t_0$  meist  $0^\circ\text{C}$  gewählt ist. Dann wird in beliebigem Bereich:

$$c_m \Big|_{t_1}^{t_2} = \frac{c_m \Big|_{t_0}^{t_2} \cdot t_2 - c_m \Big|_{t_0}^{t_1} \cdot t_1}{t_2 - t_1}$$

Mittlere spez. Wärmekapazität bei Erwärmung von  $t_1$  auf  $t_2$

Diese allgemeine Gleichung gilt für die Berechnung aller Arten von spez. Wärmekapazitäten für feste, flüssige, gasförmige Stoffe.

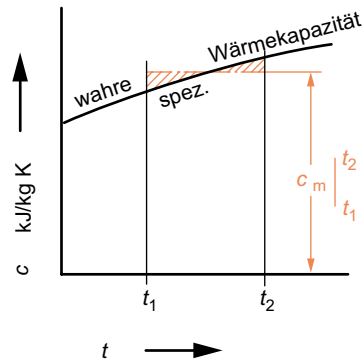
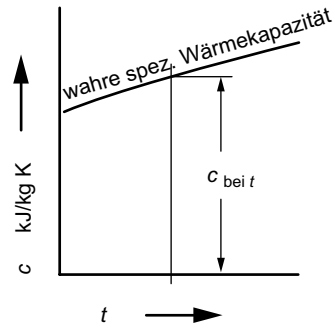


Bild 1.12 Erklärung der Begriffe  $c$  und  $c_m$

#### Beispiel 1.13

Wie groß ist  $c$  für auf  $350^\circ\text{C}$  vorgewärmte Verbrennungsluft, die in einer Dampfkesselfeuerung bei konstantem Druck (daher  $c_{pm}$ ) auf  $1700^\circ\text{C}$  gebracht wird?

Welchen Wärmestrom braucht man, um 1000 kg/h Luft zu wärmen?

#### Lösung

Aus Tabelle A10 (Anhang) entnommen:

$$c_{pm} \Big|_{t_0}^{t_2} = 1,144 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

interpoliert zwischen  $1800^\circ\text{C}$  und  $1600^\circ\text{C}$

$$c_{pm} \Big|_{t_0}^{t_1} = 1,025 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

zwischen  $400^\circ\text{C}$  und  $300^\circ\text{C}$

$$c_{\text{pm}} \Big|_{t_1}^{t_2} = \frac{1,144 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \cdot 1700 \text{ °C} - 1,025 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \cdot 350 \text{ °C}}{1700 \text{ °C} - 350 \text{ °C}}$$

$$c_{\text{pm}} \Big|_{t_1}^{t_2} = 1,175 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

Um 1000 kg/h Luft zu erwärmen, braucht man

$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot c_{\text{pm}} \cdot (t_2 - t_1)$$

$$\dot{Q} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{h}} \cdot 1,175 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \cdot (1700 \text{ °C} - 350 \text{ °C})$$

$$\dot{Q} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{h}} \cdot 1,175 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \cdot 1350 \text{ K}$$

$$\dot{Q} = 1586000 \frac{\text{kJ}}{\text{h}} = 1586 \frac{\text{MJ}}{\text{h}}$$

$$\dot{Q} = 1586 \frac{\text{MJ}}{3600 \text{ s}} = 0,349 \text{ MW}$$

(1 J/s = 1 W)

Temperaturen als 100 °C flüssig gehalten wird; die Werte sind in Dampftabellen, Tabelle A12a zu finden (Anhang).

### Gase

Über die spezifische Wärmekapazität der Gase ist noch Ausführliches in späteren Abschnitten zu sagen.

Es ist zu unterscheiden, ob die Erwärmung oder Abkühlung so stattfindet:

- dass sich das Gas frei ausdehnen kann, bei konstantem Druck also,  $c_p$  oder  $c_{\text{pmv}}$
- oder ob es sich im geschlossenen Raum befindet, so dass sich außer der Temperatur auch der Druck ändert,  $c_v$  oder  $c_{\text{vm}}$ .

Es sei hier nur kurz erwähnt, dass auch bei Gasen die  $c$ -Werte mit der Temperatur zunehmen, s. Tabelle A10 (Anhang).

Mehr in Abschnitt 1.5.6.

### 1.3.2 Spezifische Wärmekapazitäten von festen, flüssigen und gasförmigen Stoffen

#### Feste Stoffe

Die spezifische Wärmekapazität von festen Körpern und metallischen Werkstoffen nimmt mit der Temperatur zu. Dabei kommen in manchen Temperaturbereichen sprunghafte Änderungen der  $c$ -Werte vor, was durch innere Umwandlungen verursacht wird.

Für Berechnungen ist es daher notwendig, den genauen Verlauf der  $c$ - und  $c_m$ -Werte aus Werkstoffbüchern zu entnehmen, zumal auch die Legierungsbestandteile eine Rolle spielen. Die Zahlen von Tabelle A3 geben informativ Anhaltswerte (Anhang).

#### Flüssigkeiten

Auch bei den Flüssigkeiten nehmen die spez. Wärmekapazitäten mit der Temperatur zu. Zur allgemeinen Orientierung hier nur einige Werte von Tabelle A4 (Anhang).

Die  $c$ -Werte sind höher als bei den Metallen. Sie sind auch vom Druck abhängig, unter dem die Flüssigkeit steht. Dies ist u.a. für Wasser von Interesse, weil es im Dampfkessel unter hohem Druck und dadurch bei höheren

### 1.3.3 Anwendung: Mischungstemperatur

Warme und kalte Stoffe sollen gemischt werden, ohne dass dabei Wärme an das aufnehmende Gefäß oder an die Umgebung verloren geht. Nach erfolgtem Wärmeaustausch stellt sich eine Mischungstemperatur ein.

Als Beispiele seien aufgeführt: Mischen von heißem und kaltem Wasser oder Abkühlen von heißem Stahl durch Eintauchen in ein Ölbad beim Härten.

Die Mischungstemperatur erhält man aus dem Wärmeaustausch, wobei der wärmere Stoff Wärme abgibt, die der kältere aufnimmt. Entscheidend sind hierbei nicht nur die Temperaturen, sondern auch die Stoffmengen und die spez. Wärmekapazitäten der Stoffe.

Mischungstemperatur berechnen aus:

- a) **Summe der thermischen Energie vorher = gesamte thermische Energie nachher**

$$m_1 \cdot c_1 \cdot t_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot t_x = (m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2) \cdot t_m$$

mit:

$t_x$  unbekannte Temperatur des 2. Stoffes

$t_m$  Temperatur nach Mischung

daraus:

$$t_x = \frac{(m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2) \cdot t_m - m_1 \cdot c_1 \cdot t_1}{m_2 \cdot c_2}$$

$$t_x = \frac{m_1 \cdot c_1 \cdot (t_m - t_1)}{m_2 \cdot c_2} + t_m$$

### Beispiel 1.14

In ein Bad von  $m_1 = 30$  kg Öl,  $c_1 = 1,7$  kJ/kg K,  $t_1 = 20$  °C wird ein Stück Stahl,  $m_2 = 6,2$  kg,  $c_2 = 0,5$  kJ/kg K gelegt. Die Temperatur des Ölbades steigt dadurch auf  $t_m = 55$  °C.

Welche Temperatur hatte das Stahlstück vorher? Ist dementsprechend eine Korrektur des  $c_2$ -Wertes erforderlich?

### Lösung

$$t_x = \frac{m_1 \cdot c_1 \cdot (t_m - t_1)}{m_2 \cdot c_2} + t_m$$

$$t_x = \frac{30 \text{ kg} \cdot 1,7 \text{ kJ/kg K} \cdot (55^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C})}{6,2 \text{ kg} \cdot 0,5 \text{ kJ/kg K}} + t_m$$

$$t_x = 576 + 55 = 631^\circ\text{C}$$

Die spez. Wärmekapazität von Stahl war mit  $0,5$  kJ/kg K eingesetzt. Nach Tabelle A3 kommt für  $c_m$  von  $0 \dots 500$  °C der Wert  $0,55$  in Betracht. Da die Temperatur fast  $650$  °C betragen hat, sollte ein neuer Wert durch Extrapolieren (z.B. zeichnerisch) gesucht werden. Es sei  $c_2 = 0,58$  eingesetzt. Dies ergibt:

$$t_x = 496 + 55 = 551^\circ\text{C}$$

also erheblich weniger.

Eine Neuschätzung für  $t_x = 570$  °C würde bedeuten, dass  $c_2 = 0,55$  richtig wäre. Tatsächlich ergibt sich damit:

$$t_x = 578^\circ\text{C}$$

Diese Annäherung wäre hier genau genug.

## b) Mischungstemperatur $t_m$ aus Wärmeaufnahme = Wärmeabgabe

$$m_1 \cdot c_1 \cdot (t_m - t_1) = m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - t_m)$$

### Beispiel 1.15

$m_1 = 5$  kg Wasser von  $t_1 = 17$  °C sollen durch Mischen mit  $m_2$  kg Wasser von  $t_2 = 80$  °C auf  $t_m = 35$  °C erwärmt werden.

Wie viel Wasser von  $80$  °C ist erforderlich?

### Lösung

Aufgenommene Energie:

$$m_1 \cdot c_1 \cdot (t_m - t_1) \quad \text{mit: } t_m = 35^\circ\text{C}$$

abgegebene Energie:

$$m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - t_m) \quad \text{mit: } t_m = 35^\circ\text{C}$$

Gesucht: Wassermenge  $m_2$

$$m_2 = \frac{m_1 \cdot c_1 \cdot (t_m - t_1)}{c_2 \cdot (t_2 - t_m)}$$

bekannt:  $c_1 = c_2 = 4,2$  kJ/kg K (Tabelle A4)

$$m_2 = \frac{5 \text{ kg} \cdot 4,2 \text{ kJ/kg K} \cdot (35^\circ\text{C} - 17^\circ\text{C})}{4,2 \text{ kJ/kg K} \cdot (80^\circ\text{C} - 35^\circ\text{C})}$$

$$= \frac{5 \cdot 8}{45} = 2 \text{ kg}$$

Es werden  $2$  kg Warmwasser von  $80$  °C gebraucht, und man erhält  $m_1 + m_2 = 5 + 2 = 7$  kg Warmwasser von  $35$  °C.

### Beispiel 1.16

Durch Mischen von Wasser von  $t_1 = 15$  °C mit Wasser von  $t_2 = 75$  °C sollen  $10$  kg Wasser von  $t_m = 50$  °C bereitet werden.

Wie viel Wasser von  $15$  °C und von  $75$  °C ist erforderlich?

### Lösung

Da die spez. Wärmekapazitäten gleich sind und sich herauskürzen, kann man ansetzen:

Wärmeabgabe = Wärmeaufnahme

$$m_2 \cdot (t_2 - t_1) = m_1 \cdot (t_m - t_1)$$

Dabei ist  $m_1 + m_2 = 10$  kg

$$m_2 = (10 \text{ kg} - m_1 \text{ kg})$$

$$m_1 \cdot t_1 + m_2 \cdot t_2 = (m_1 + m_2) \cdot t_m$$

$$m_1 \cdot t_1 + (10 - m_1) \cdot t_2 = 10 \cdot 50$$

$$m_1 = 250/60 = 4,17 \text{ kg Wasser von } 15^\circ\text{C}$$

$$\text{somit: } m_2 = (10 - 4,17)$$

$$= 5,83 \text{ kg Wasser von } 75^\circ\text{C}$$

ergeben  $10$  kg Wasser von  $50$  °C.

## 1.3.4 Schmelzen und Verdampfen

Schmelzen und Verdampfen sind besondere Vorgänge. Sowohl beim Schmelzen als auch während des Verdampfens bleibt die jeweilige Temperatur konstant, bis alle festen Teile flüssig bzw. alle flüssigen Teile verdampft sind. Eine allgemein gültige Darstellung siehe Bild 1.13.

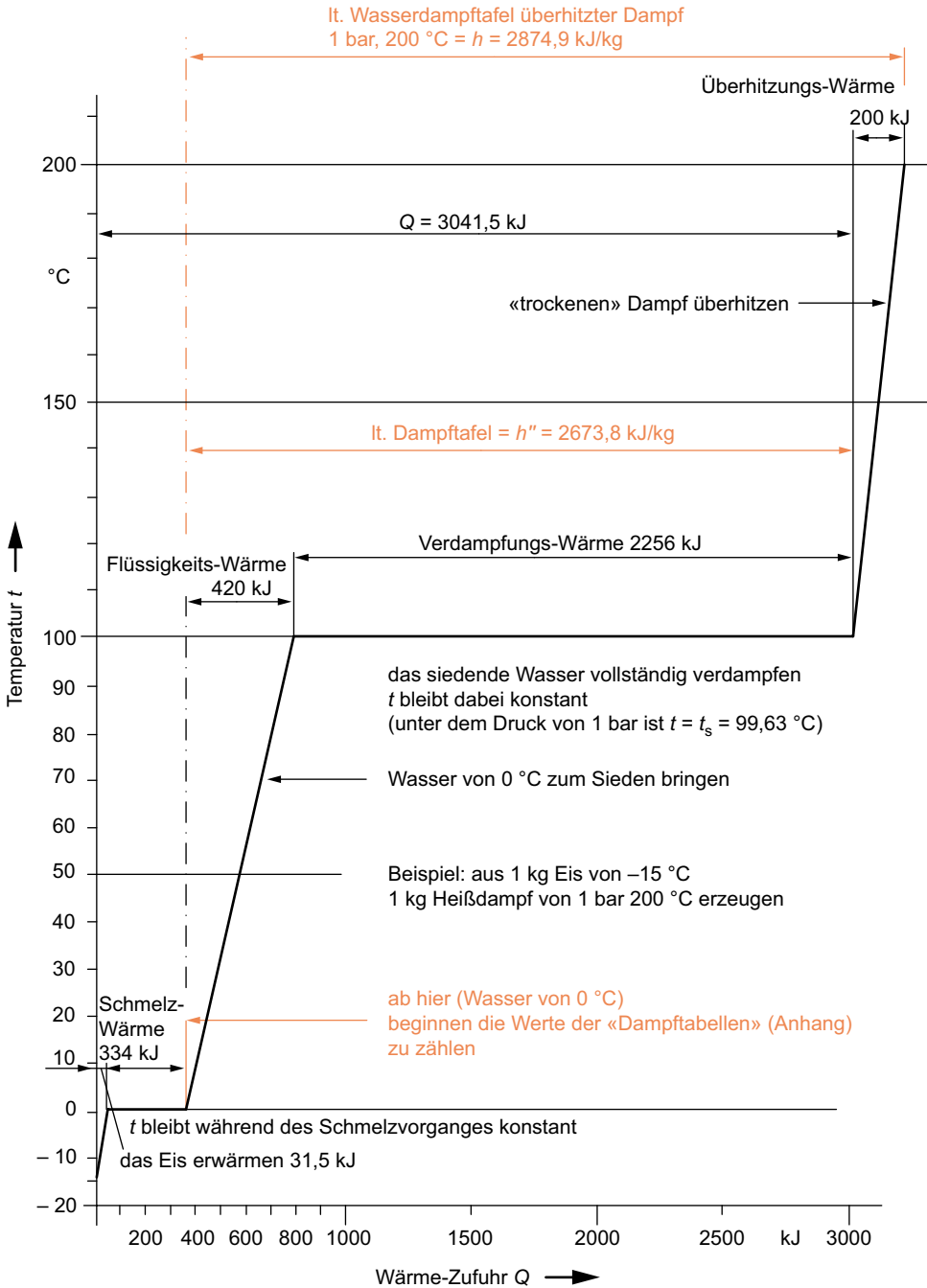


Bild 1.13 Temperaturverlauf beim Schmelz- und Verdampfungsvorgang und weiter bis zur Überhitzung; Beispiel Wasser und Wasserdampf