



Daniela Balk

# Mathematische Modellierungskompetenz von Grundschulkindern sprachbewusst fördern

Eine Mixed-Methods Interventionsstudie zu  
mathematischem Modellieren und  
Sprachbewusstheit im Primarbereich

Daniela Balk

# Mathematische Modellierungskompetenz von Grundschulkindern sprachbewusst fördern

Eine Mixed-Methods Interventionsstudie zu mathematischem Modellieren und Sprachbewusstheit im Primarbereich

Verlag Julius Klinkhardt  
Bad Heilbrunn • 2024

k

*Für meinen geliebten Opa Josef Guggenberger,  
den treusten Wegbegleiter meiner Bildungslaufbahn.*

Diese vorliegende Arbeit wurde als Dissertation an der Universität Regensburg angenommen.

Erstgutachterin: Prof. Dr. Astrid Rank

Zweitgutachter: Prof. Dr. Stefan Krauss

Drittgutachterin: Prof. Dr. Karin Binder

Tag der Disputation: 28. November 2023

Dieser Titel wurde in das Programm des Verlages mittels eines Peer-Review-Verfahrens aufgenommen.  
Für weitere Informationen siehe [www.klinkhardt.de](http://www.klinkhardt.de).

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie;  
detaillierte bibliografische Daten sind im Internet abrufbar über <http://dnb.d-nb.de>.

2024 © Verlag Julius Klinkhardt.

Das Werk ist einschließlich aller seiner Teile urheberrechtlich geschützt.

Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung  
des Verlages unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen,  
Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Satz: Kay Fretwurst, Spreau.

Abbildung Umschlagseite 1: © Fotorech, pixabay.

Druck und Bindung: Bookstation GmbH, Anzing.

Printed in Germany 2024. Gedruckt auf chlorfrei gebleichtem alterungsbeständigem Papier.

ISBN 978-3-7815-6109-0 Digital

ISBN 978-3-7815-2654-9 Print

## Zusammenfassung

Die Adaption und Evaluation sprachlicher Konzepte stellen für den Fachunterricht im Primarbereich eine wesentliche, noch zu bewältigende Aufgabe dar. Deshalb wurde für die vorliegende Studie die Sprachbewusstseitsförderung für den Mathematikunterricht der Grundschule, speziell für das mathematische Modellieren, fachlich sowie didaktisch aufbereitet und beforscht. Es galt übergreifend zu untersuchen, wie sich ein unterschiedlich hoher Grad an Sprachbewusstseitsförderung auf die mathematische Modellierungskompetenz von Grundschulkindern auswirkt. Dafür wurden zur Förderung der Sprachbewusstheit die Designprinzipien *Scaffolding*, *Formulierungsvariation*, (*korrektives*) *Feedback* sowie *Selbstreflexion* herausgearbeitet und für den Fachunterricht an der Grundschule angepasst. In einer Mixed-Methods Interventionsstudie von SchülerInnen in Jahrgangsstufe 3 ( $N=228$ ) wurden zu drei Messzeitpunkten die mathematische Modellierungskompetenz mithilfe einer eigenen Testentwicklung (TeMod 3-4)<sup>1</sup> sowie weitere quantitative Daten erhoben. Um zu untersuchen, inwiefern sich das mathematische Modellieren bei Kindern auch in Abhängigkeit vom jeweiligen Fördersetting (*hsb* vs. *nsb*)<sup>2</sup> entwickelte, wurde im *hsb*- sowie im *nsb*-Setting mit jeweils fünf Klassen eine Intervention mit je sieben Unterrichtseinheiten durchgeführt. Zusätzlich erhielten die SchülerInnen Übungszeit in einem digitalen Arbeitsheft, das sich je nach Setting in seiner inhaltlichen Aufbereitung aufgrund der verwendeten Designprinzipien unterschied. Weiterhin wurden vor und nach der Intervention anhand von Sprachwitzten Einzelinterviews zur Sprachbewusstheit ( $N=57$ ) mit den drei schwächsten ModelliererInnen jeder Klasse geführt, um Unterschiede in der Sprachbewusstheit der teilnehmenden Kinder sowie Zusammenhänge zwischen mathematischer Modellierungskompetenz und Sprachbewusstheit aufzudecken.

Zusammenfassend lässt sich in den Ergebnissen zeigen, dass die SchülerInnen, auch die schwachen ModelliererInnen, unabhängig vom Fördersetting ihre mathematische Modellierungskompetenz über die drei Messzeitpunkte hinweg signifikant verbessern konnten. Beim Vergleich des *hsb*- mit dem *nsb*-Förderformat hinsichtlich der Kompetenzentwicklung schwacher ModelliererInnen konnte inferenzstatistisch keine Überlegenheit des *hsb*-Settings festgestellt werden. Weitere Analysen zeigten allerdings, dass es den Kindern des *hsb*-Formats am Ende des Erhebungszeitraums häufiger gelang, der Gruppe der starken ModelliererInnen anzugehören. Bei den Auswertungen der Interviews wurden für die Sprachbewusstheit sowohl Unterschiede zwischen den interviewten Personen (feststellendes, erklärendes, analysierendes Kind) als auch Entwicklungsverläufe vom ersten zum zweiten Interview gefunden, die besonders für SchülerInnen des *hsb*-Settings zutrafen. Mithilfe der Kombination qualitativer und quantitativer Daten konnte festgestellt werden, dass die sich in ihrer Sprachbewusstheit entwickelnden Kinder aus dem *hsb*-Förderformat auch in der mathematischen Modellierungskompetenz einen ähnlichen Entwicklungsverlauf verzeichneten. Daher ist von einem Zusammenhang von mathematischer Modellierungskompetenz und Sprachbewusstheit auszugehen.

Abschließend lässt sich aus dem *Mamola*<sup>3</sup>-Projekt für die Unterrichtspraxis folgern, dass die Sprachbewusstseitsförderung aufgrund ihrer Effekte für die Kompetenzentwicklung von Grundschulkindern gerade im mathematischen Fachunterricht Aufmerksamkeit und Wertschätzung erfahren sollte.

1 Test zur Erfassung der mathematischen Modellierungskompetenz von Schülerinnen und Schülern in den Jahrgangsstufen 3 und 4 (in Anlehnung an Maaß und Mischo (2011) sowie Mischo und Maaß (2013))

2 *hsb* = hoch sprachbewusstseitsfördernd. *nsb* = niedrig sprachbewusstseitsfördernd

3 *Mamola* = *Mathematical Modelling and Language Awareness*

## Abstract

The adaptation and evaluation of linguistic concepts in content classrooms in primary schools is an essential task that still needs to be mastered. Therefore, this study examined and researched the promotion of language awareness for primary school mathematics lessons, specifically for mathematical modelling, from a technical and didactic perspective. The overall aim was to investigate how a varying degree of language awareness support affects the mathematical modelling skills of primary school children. To this end, the design principles of *scaffolding*, *formulation variation*, *(corrective) feedback* and *self-reflection* were developed to promote language awareness and adapted for subject teaching at primary school.

In a mixed-methods intervention study of students in year 3 (N = 228), mathematical modelling skills were measured at three points in time with the help of a newly developed test called TeMod 3-4<sup>4</sup> as well as other quantitative data. In order to investigate the extent to which mathematical modelling developed in children depending on the respective support setting (*hsb* vs. *nsb*)<sup>5</sup>, an intervention with seven teaching units was carried out in the *hsb* and *nsb* settings with five classes each. In addition, the students were given practice time in a digital workbook, the content of which differed depending on the setting due to the design principles used and the different teaching methods.

Furthermore, individual interviews on language awareness (N = 57) were conducted with the three weakest modellers in each class before and after the intervention using riddles in order to uncover differences in the language awareness of the participating children as well as correlations between mathematical modelling competence and language awareness. In summary, the results show that the students, including the weak modellers, were able to significantly improve their mathematical modelling skills across the three measurement points, regardless of the support setting. When comparing the *hsb* with the *nsb* support format with regard to the development of skills of weak modellers, no inferential statistical superiority of the *hsb* setting could be established. However, further analyses showed that the children in the *hsb* format were more likely to belong to the group of strong modellers at the end of the survey period. The analyses of the interviews revealed differences in language awareness between the interviewees (identifying, explaining, analysing child) as well as developmental trajectories from the first to the second interview, which were particularly true for students in the *hsb* setting. With the help of the combination of qualitative and quantitative data, it was possible to determine that the children from the *hsb* support format who were developing in their language awareness were also better in mathematical modelling. It can therefore be assumed that there is a correlation between mathematical modelling skills and language awareness.

In conclusion, it can be stated for teaching practice that the promotion of language awareness should receive attention and appreciation, especially in mathematical content classrooms, due to its effects on the skills development of primary school children.

---

<sup>4</sup> Modelling competence test for German third and fourth graders (based on Maaß and Mischo (2011) as well as Mischo and Maaß (2013))

<sup>5</sup> *hsb* = highly language-aware support. *nsb* = low language-aware support

# Danksagung

Die Danksagung war immer der Teil, auf den ich mich beim Schreiben der Arbeit am meisten gefreut habe. Deshalb gilt ein großes Dankeschön allen Beteiligten, die den Entstehungsprozess dieser Arbeit direkt oder auch indirekt begleitet haben. Hier waren besonders meine KollegInnen der Universität Regensburg eine große Stütze sowie meine Hilfskräfte Theresa und Julia und meine Korrekturleserinnen Michi und Eva. Danke für die großartige Unterstützung!

Zuerst aber möchte ich meiner Betreuerin Prof. Dr. Astrid Rank aus tiefstem Herzen danken, dass sie mir die Chance einer Promotion ermöglicht hat. Ich bin heute noch sehr gerührt, wenn ich daran denke, welches Vertrauen sie vom ersten Moment an in meine Fähigkeiten gelegt hat. Das richtige Maß an „losgelassen werden und sich nicht fallengelassen fühlen“ habe ich erfahren dürfen, indem ich Freiräume in der Themenwahl und Arbeitsphase genießen durfte und dennoch durch ständige Erreichbarkeit für Fragen und Feedback abgesichert war. Die fachliche und menschliche Betreuung habe ich sehr geschätzt und nehme sie als Vorbild für meinen weiteren Weg. Danke!

Auch Herrn Prof. Dr. Stefan Krauss möchte ich danken, dass er ohne ein langes Zögern für das Amt des Zweitgutachters zugesagt hat. Besonders die fachliche Unterstützung mit vielen Fragen als Nachdenkimpulse haben die Arbeit weiter bereichert. Vielen Dank dafür!

Einen ganz besonderen Dank spreche ich meinem Opa aus, für den Bildung von Kindheitstagen an ein hohes Gut war. Leider wusste er zu Beginn unseres Deals (er spendierte mir 5 € für jede Note 1 oder 2) am Anfang der Grundschulzeit nicht, in welchen finanziellen Ruin ihn seine Abmachung treiben würde (hier wäre sicher der Einfluss extrinsischer Motivation auf den Bildungsweg zu untersuchen). Als er hörte, dass ich Lehrerin werden möchte und auch wurde, platzte er vor Stolz, da ich seinen Traum vom Lehrerdasein leben konnte. Doch noch stolzer wurde er, nachdem ich ihm erzählt hatte, dass ich wissenschaftlich an einer Promotion arbeite. Deine Freude und dein Stolz sind immer auf mich übersprungen. Deshalb möchte ich dir als Dank für die Begleitung meines Werdegangs diese Arbeit widmen. Danke, Opa, dass es dich gibt!

Ein weiterer Dank gilt meinem Mann Christian, der mich seit dem Abitur in sämtlichen Bildungsphasen begleitet. Sein Wille und seine Entscheidungsfreudigkeit waren und sind mir immer ein Vorbild. Besonders die unternehmerischen Ansichten fernab von Schule und Unterricht haben mich immer wieder bereichert und geerdet.

Meine Eltern haben zu einem großen Teil dazu beigetragen, dass ich neben der Arbeit das Privatleben nicht vergesse. Sie haben mir stets den Rücken freigehalten und mich emotional in sämtlichen Lebenslagen gestärkt.

Zuletzt danke ich meiner Schwester Michi, die mich zur Promotion ermutigt hat. Sie ist von Kindheit an eine meiner engsten Vertrauten und eine wegweisende Person meines Lebens (wir zählen immerhin zu den 1 % der Nicht-Akademiker-Kinder, die einen Dokortitel erreichen). Gerade die fachlichen Gespräche mit ihr waren immer sehr belebend für neue Ideen und Perspektiven.

Danke liebe Familie, dass ich ein Teil von euch sein kann!

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	11
1.1	Einführung in die Thematik	13
1.2	Klärung übergeordneter Begriffe	15
1.2.1	Was ist Sprache?	15
1.2.2	Was ist Sprachkompetenz?	16
1.2.3	Was ist Bildungssprache?	16
1.3	Aufbau der Arbeit	18
<b>2</b>	<b>Mathematische Modellierungskompetenz sprachbewusst fördern</b>	21
2.1	Zusammenhang von Sprache und Mathematik in empirischen Untersuchungen	23
2.1.1	Sprachlich-mathematischer Zusammenhang in Large-Scale-Studien	24
2.1.2	Sprachlich-mathematischer Zusammenhang in weiteren Untersuchungen	30
2.1.3	Zusammenfassung und Erkenntnisse für die eigene Studie	40
2.2	Das Konstrukt Sprachbewusstheit	41
2.2.1	Inhaltliche Begriffsklärung von Sprachbewusstheit	42
2.2.2	Nachweis von Sprachbewusstheit	52
2.2.3	Wirksamkeit von Sprachbewusstheit	58
2.2.4	Zusammenfassung und Erkenntnisse für die eigene Studie	64
2.3	Mathematisches Modellieren in der Grundschule	65
2.3.1	Mathematische Kompetenzen	66
2.3.2	Fokus: Modellierungskompetenz	68
2.3.3	Zusammenfassung und Erkenntnisse für die eigene Studie	79
2.4	Sprachbewusstheitsförderung beim mathematischen Modellieren	80
2.4.1	Theoretisch fundierter Zusammenhang von Sprachbewusstheit und mathematischer Modellierungskompetenz	81
2.4.2	Fördermöglichkeiten der Sprachbewusstheit im Unterricht	82
2.4.3	Sprachbewusstheitsfördernder Mathematikunterricht	91
2.4.4	Zusammenfassung und Erkenntnisse für die eigene Studie	99
<b>3</b>	<b>Fragestellung</b>	101
3.1	Bestehende Forschungsdesiderata	103
3.2	Forschungsfrage und Hypothesen zur Entwicklung der mathematischen Modellierungskompetenz	105
3.3	Forschungsfrage und Hypothesen zu schwachen ModelliererInnen	105
3.4	Forschungsfrage zur Sprachbewusstheit	106

<b>4</b>	<b>Mixed-Methods Interventionsstudie</b> .....	107
4.1	Anlage der Studie .....	109
4.1.1	Design .....	109
4.1.2	Erhebungsverfahren für die vorliegende Studie .....	110
4.1.3	Beschreibung der Stichprobe .....	129
4.1.4	Intervention .....	138
4.2	Datenauswertung .....	147
4.2.1	Quantitative Daten .....	147
4.2.2	Qualitative Daten .....	168
<b>5</b>	<b>Zusammenfassende Darstellung der Studie</b> .....	197
5.1	Zusammenfassung der Anlage und Methodik .....	199
5.2	Zusammenfassung der erzielten Ergebnisse .....	201
<b>6</b>	<b>Diskussion</b> .....	203
6.1	Diskussion der quantitativen Ergebnisse .....	205
6.2	Diskussion der qualitativen Ergebnisse .....	207
6.3	Diskussion der methodenkombinierten Ergebnisse .....	209
6.4	Diskussion des methodischen Vorgehens .....	209
<b>7</b>	<b>Fazit</b> .....	213
7.1	Ertrag der Studie .....	215
7.2	Ausblick auf weitere Forschung .....	217
	<b>Verzeichnisse</b> .....	219
	Literaturverzeichnis .....	221
	Abbildungsverzeichnis .....	233
	Tabellenverzeichnis .....	236
	<b>Anhang</b> .....	239



# 1 Einleitung

<b>1.1 Einführung in die Thematik</b> .....	13
<b>1.2 Klärung übergeordneter Begriffe</b> .....	15
1.2.1 Was ist Sprache? .....	15
1.2.2 Was ist Sprachkompetenz? .....	16
1.2.3 Was ist Bildungssprache? .....	16
<b>1.3 Aufbau der Arbeit</b> .....	18

## 1.1 Einführung in die Thematik

### Sprachliche Bildung

„Der sprachlichen Bildung kommt in der Grundschule eine besondere Bedeutung zu. [...] [Sie] ist ein durchgängiges Unterrichtsprinzip im schulischen Alltag und betrifft alle Fächer.“ (LehrplanPLUS Grundschule in Bayern, 2016, S. 14)

Das fächerübergreifende Unterrichtsprinzip der sprachlichen Bildung wird häufig mit der kurzen Bezeichnung *Sprache im Fach* betitelt (Becker-Mrotzek & Roth, 2017; Meyer & Tiedemann, 2017). Im Fach Mathematik, welches in dieser Arbeit speziell im Grundschulbereich betrachtet wird, gilt die Sprache nach Meyer und Tiedemann (2017) als Lerngegenstand, Lernmedium, Lernvoraussetzung sowie als Lernhindernis. Die Begriffe Lernvoraussetzung und Lernhindernis weisen eine starke Abhängigkeit und Ähnlichkeit auf, wodurch der Begriff Lernchance als Ersatz für beide dienen könnte.

### Spannungsfelder von Sprache im Fach Mathematik

Außerdem beschreiben die beiden AutorInnen für den Mathematikunterricht drei Spannungsfelder, die durch Sprache im Fach auftreten. Zuerst entsteht ein Streitpunkt über die Gewichtung von Mathematik und Sprache insgesamt. Dabei stellt sich die Frage, inwiefern der Fokus eher auf mathematischem Inhalt oder sprachlichem Ausdruck liegen sollte. Weiterhin zeigen sich Spannungen zwischen Alltags- und Fachsprache, wie sich hier die Anteile an Ausdrücken verteilen. Zuletzt geht es um die Wertschätzung der Muttersprache, so dass ein Konflikt zwischen Mutter- und Unterrichtssprache herrscht (Meyer & Tiedemann, 2017).

### Sprachregister

Prediger (2017) rät deshalb den Lehrkräften zu einer Aufmerksamkeitsverschiebung auf die Sprache in der Mathematik. Dabei ist nicht nur die Leistungsheterogenität, sondern auch die sprachliche Vielfalt wahrzunehmen. Diese bezieht sich neben den unterschiedlichen Herkunftssprachen der SchülerInnen besonders auf deren verwendete Sprachregister, z. B. Bildungs- und Fachsprache oder Sozio- und Dialekte. Als Register wird „eine Sprech- oder Schreibweise verstanden, die für einen bestimmten Kommunikationsbereich angemessen ist“ (Lang-Groth, 2019, S. 1). Der Sprachgebrauch hängt also von der jeweiligen Situation, den AdressatInnen und seiner Funktion ab (Gogolin & Lange, 2011; Gogolin et al., 2020; Lang-Groth, 2019). Die Arbeitsgruppe *Durchgängige Sprachbildung* unterscheidet zwischen Allgemein- und Bildungssprache. Wessel (2015) hingegen spricht von einem Kontinuum von der Alltags- zur Fachsprache, in dessen Mitte sich die Bildungssprache finden lässt. Unterschiede lassen sich auf Wort-, Satz- und Textebene finden. Vergleicht man den Wortschatz in Alltags- und Fachsprache, finden sich dort ähnliche oder gleiche Bedeutungen (z. B. Dreieck). Weiterhin ergeben sich auch Interferenzen zwischen den Begriffen. Alltagssprachlich lässt sich beispielsweise das Wort Produkt als Erzeugnis einer Herstellung beschreiben, in der Mathematik hingegen als Ergebnis der Multiplikation. Zudem gibt es fachsprachliche Begriffe, die nicht zum Wortschatz der Alltagssprache zählen, beispielsweise die Primzahl (Maier & Schweiger, 1999). Auf Satz- und Textebene

spielt die Prägnanz mathematischer Fachsprache eine wichtige Rolle. Diese vermittelt in kurzen Sätzen eine hohe Informationsdichte, wobei auf überflüssige oder wiederholende Angaben verzichtet wird. Ebenso wird auf Eindeutigkeit und Vollständigkeit Wert gelegt. Liest man nun einen mathematischen Text in der Fachsprache, ergeben sich daraus andere Anforderungen an die Lesenden als bei alltagssprachlichen Texten. Aufgrund der vielen Informationen ist es notwendig, Wort für Wort zu lesen. Außerdem erfordert die fehlende Redundanz ein genaueres Lesen, so dass ein Überfliegen des Textes zum Übersehen wesentlicher Inhalte führt (Maier & Schweiger, 1999).

### Ziele sprachlicher Bildung

„Aufgabe der Lehrkräfte ist es, die Schülerinnen und Schüler dabei zu unterstützen, sich ausgehend von der Alltagsprache die sprachlichen Mittel des Registers Bildungssprache anzueignen und diese auszubauen.“ (Gogolin et al., 2020, S. 9)

Wie im Zitat deutlich wird, sollte der Fokus weiterhin auf offensive Spracharbeit gerichtet werden. Dabei ist das sprachliche Niveau des Unterrichts nicht defensiv zu senken. Stattdessen gilt es, gezielt zu fördern, um die Anforderungen der Sprache bewältigen zu können. Diese sollten auch vor dem Hintergrund möglicher Hürden auf Satz- und nicht auf Wortebene behandelt werden (Prediger, 2017). Eine weitere Aufmerksamkeitsverschiebung sieht Prediger (2017) bei der Funktion der Sprache im Mathematikunterricht, die sich von kommunikativ hin zu kognitiv verlagert. Das Augenmerk liegt somit nicht mehr auf der Verständigung. Vielmehr stellt die Sprache einen Lerngegenstand dar, der Vorgänge des Denkens und Verstehens ermöglicht. Deshalb sollte der bedeutungsbezogenen Bildungssprache eine höhere Gewichtung zugeschrieben werden als der formalbezogenen Fachsprache (Prediger, 2017). Maier und Schweiger (1999, S. 132) erläutern drei Ziele, die im Sinne einer Förderung von Sprache im Mathematikunterricht, auch von Bildungssprache, zu verfolgen sind:

- *Sprachverstehen*: Sprachliche Äußerungen mündlicher/schriftlicher Art verstehen
- *Sprachproduktion*: Eigene sprachliche Äußerungen und Texte produzieren
- *Übersetzen*: Von geschriebener und gesprochener Sprache wechselseitig übersetzen

### Sprache beim mathematischen Modellieren

Neben den drei genannten Sprachregistern Allgemein-, Bildungs- und Fachsprache findet sich in den Bildungsstandards Mathematik für die vierte Jahrgangsstufe ein neuer Begriff. Unter der prozessbezogenen mathematischen Kompetenz *mathematisch modellieren* heißt es: „Sachprobleme in die Sprache der Mathematik [zu] übersetzen“ (KMK, 2022b, S. 11). Dabei stellt sich die Frage, was als Sprache der Mathematik zu verstehen ist. Im Zitat entsteht der Eindruck, dass diese wie eine Fremdsprache zu behandeln ist und das Übersetzen den Wechsel zwischen den Sprachen kennzeichnet. Weiterhin könnten damit auch die drei vorgestellten Sprachregister gemeint sein, wobei die mathematische Bildungssprache für die Sprache der Mathematik eine sehr treffende Annäherung bietet. Insgesamt lässt sich ein Zusammenhang zwischen dem mathematischen Modellieren und der Sprache vermuten. Dass das Modellieren bereits in der Grundschule ein wichtiger Bestandteil ist, zeigt neben den bereits genannten Bildungsstandards die folgende Aussage aus dem bayerischen LehrplanPLUS.

„In der Grundschule werden mathematische Herangehensweisen und Modellierungskompetenzen grundgelegt. Ihr Erwerb ist elementar für das Lösen anwendungsbezogener mathematischer Probleme und wirkt sich nachhaltig und konsequent auf alle anderen Lernbereiche im Fachlehrplan aus.“ (LehrplanPLUS Grundschule in Bayern, 2016, S. 81)

Interessant ist hierbei der Nachhaltigkeitsaspekt. Der Lehrplan-Auszug suggeriert, dass sich Modellierungskompetenz langfristig und folgerichtig auf weitere mathematische Bereiche auswirkt sowie eine Basis für weiteres Modellieren in der Sekundarstufe darstellt. Daraus ergibt sich die Frage, wie mathematische Modellierungskompetenz nachhaltig gefördert werden kann, um diese selbst anschlussfähig aufzubauen und mit dieser an weiteren mathematischen Kompetenzen zu arbeiten. Da die Vermutung über eine Verbindung zwischen Modellierungskompetenz und Sprache besteht sowie die Sprache der Mathematik auftaucht, scheint der in der Deutsch- und Fremdsprachendidaktik verwendete Begriff der Sprachbewusstheit passend zu sein (Luchtenberg, 2017). Die beschriebenen Überlegungen münden letztlich in die übergeordnete Fragestellung, wie sich mathematische Modellierungskompetenz sprachbewusst fördern lässt.

## 1.2 Klärung übergeordneter Begriffe

### 1.2.1 Was ist Sprache?

„Alle Sprache ist Bezeichnung der Gedanken und umgekehrt die vorzüglichste Art der Gedankenbezeichnung ist die durch Sprache, diesem größten Mittel, sich selbst und andere zu verstehen.“ (Kant, 1789, S. 109)

Das aufgeführte Zitat stammt vom preußischen Philosophen Immanuel Kant (1724-1804), der als Vollender der Aufklärung gesehen wird. In diesem Textauszug zeigt sich eine philosophische Herangehensweise an die Sprache, die in der Person Kant eine Verbindung zur Mathematik erfährt. Denn Kant selbst lehrte 41 Jahre neben der Philosophie auch Mathematik und Naturwissenschaften und wurde an der Universität Königsberg Professor der Logik und Metaphysik (Jacoby, 2010). Widmet man sich nun dem Inhalt des Zitats, lässt sich eine Zweiteilung erkennen. Einerseits bietet die Sprache eine Möglichkeit, Einblicke in die Gedanken zu gewähren. Andererseits stellt sie sich als Medium bereit, um Gedanken bezeichnen und somit ausdrücken zu können. Beide Wege sind nach Kant Voraussetzungen, um sich selbst und andere zu verstehen. Eine ähnliche Gliederung findet sich bei Saussure (1967). Er unterteilt in *langue* und *parole*. Vergleichbar mit Kant (1789) fasst Saussure unter *langue* das Produkt einer sprechenden Person, das ihre Gedanken widerspiegelt. Mit *parole* hingegen wird das individuelle Sprechen an sich bezeichnet, so dass die Mittlerfunktion der Sprache zum Ausdruck kommt (Saussure, 1967). Becker-Mrotzek (2018) ergänzt hier noch eine weitere Perspektive, indem er drei Funktionsbereiche der mündlichen Sprache einteilt: Praxis, Wissen und Gemeinschaft. Unter den Begriff *Praxis* fallen alle Handlungen, die entweder von Sprache begleitet sind oder ausschließlich sprachlich realisiert werden. Deshalb stimmt dieser Bereich mit der Ebene der *parole* überein. Beim Funktionsbereich *Wissen* lassen sich Parallelen zur *langue* wiederfinden. Denn hierbei ermöglicht Sprache die Speicherung sowie den Austausch von Erfahrungen, indem die Gedanken versprachlicht werden. Im letzten und somit neuen Punkt steht die Sprachgemeinschaft im Fokus, für welche die eigene Sprachkompetenz ein Aufnahme- oder Ausschlusskriterium darstellt (Becker-Mrotzek, 2018). Diese Funktionen werden auch in den Bildungsstandards im Fach Deutsch für den Primarbereich erfasst. „Sprache ist Träger von Sinn und Überlieferung, Schlüssel zum Welt- und Selbstverständnis und Mittel zwischenmenschlicher Verständigung“ (KMK, 2022a, S. 6). Demnach ist die Sprache bedeutungstragend, ermöglicht Zugänge und dient zur Kommunikation.

### 1.2.2 Was ist Sprachkompetenz?

Bei Saussure (1967) findet sich eine gute Überleitung zu diesem weiteren wichtigen Begriff. Beherrscht man eine Sprache, verknüpft man „zwei parallele Ketten [...], diejenige der Vorstellungen (a) und diejenige der Lautbilder (b)“ (Saussure, 1967, S. 124). Das wiederum erinnert an die Unterteilung von Chomsky (2006) in Sprachkompetenz und Performanz. Dabei ist erstere mit (a) ähnlich, als einer von vielen Faktoren, um die aktuelle Performanz der Sprache zu bestimmen. Diese Performanz lässt sich mit (b) vergleichen, wie also der Sprechakt, die individuelle *parole*, in einer konkreten Situation beschaffen ist (Chomsky, 2006). Klieme (2004) und Weinert (2014) zufolge beinhaltet die Kompetenz auch die jeweilige Anwendung der Vorstellungen in Form des theoretischen Wissens und schließt somit die Performanz mit ein. Dieses Sprachhandeln zeigt sich als wichtiger Bestandteil der Sprachkompetenz, um durch Sprache je nach Gegebenheit angemessen reagieren zu können (Eriksson et al., 2008). So besteht die Sprachkompetenz aus „rezeptiven, produktiven und [...] wissensbasierten Facetten“ (Jude & Klieme, 2007, S. 12), wie dem Zuhören, Lesen, Sprechen oder Schreiben.

### 1.2.3 Was ist Bildungssprache?

Die Bildungssprache bezeichnet die „Sprache [...], die im Kontext von Bildung benutzt wird“ (Hövelbrinks, 2014, S. 40) und versteht sich als Gegenstück zur alltäglichen informellen Kommunikation außerhalb des Klassenzimmers (Bailey & Butler, 2003). In Deutschland wird sie insgesamt in deutscher Sprache realisiert, umfasst einen Teil der Sprachkompetenz und ist textbasiert (Decker et al., 2019; Gogolin & Lange, 2011). Deshalb ist die Bildungssprache wie die Fachsprache konzeptionell schriftlich einzustufen, die Alltagssprache wird hingegen als konzeptionell mündlich klassifiziert (Meyer & Tiedemann, 2017). Diese Einteilung der Konzeption geht auf Koch und Oesterreicher (2007) zurück, die von einem Kontinuum zwischen gesprochenem und geschriebenem Duktus ausgehen. Man unterscheidet, ob der sprachliche Ausdruck mehr am mündlichen Gespräch oder an der Schriftlichkeit orientiert ist. Zusätzlich wird anhand des Mediums dichotom unterschieden, ob die Sprache phonisch oder graphisch realisiert ist. Bildungssprache tritt sowohl phonisch, also in der gesprochenen Sprache, als auch graphisch in schriftlichen Äußerungen auf (Lange, 2012). In Abb. 1 sind beispielhafte Kommunikationsformen aufgeführt und die Sprachregister eingeordnet (Koch & Oesterreicher, 2007).

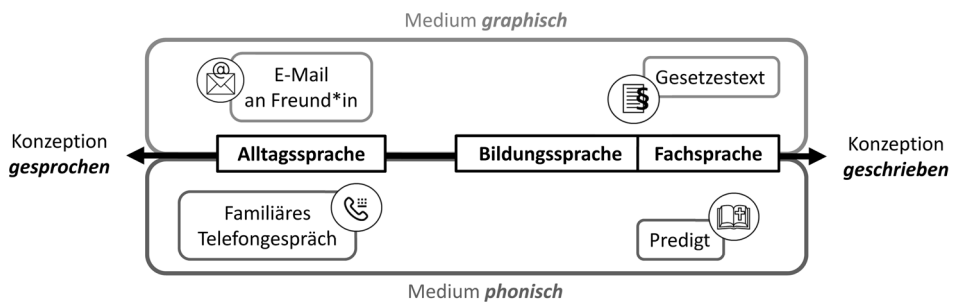


Abb. 1: Kommunikationsformen nach Koch und Oesterreicher (2007) (eigene Darstellung)

Dass allerdings die Bildungssprache ausschließlich als konzeptionell schriftlich eingestuft wird, ist nach Fornol (2017) so nicht haltbar. In ihren Analysen von SchülerInnen-Texten fand sie die Bildungssprache auch in der *Konzeption gesprochen*, indem die Mündlichkeit in den Formulierungen als Stilmittel verwendet wurde. Somit ist die Bildungssprache zwar vorwiegend konzeptionell schriftlich realisiert, schließt aber konzeptionell mündliche Elemente nicht aus (Fornol, 2017). Wie Abb. 1 bereits zeigt, überschneiden sich Bildungs- und Fachsprache, so dass beispielsweise fachsprachlicher Wortschatz in bildungssprachlichen Äußerungen integriert wird (Gogolin & Lange, 2011). Sieht man die Bildungssprache konkret vor dem jeweiligen Fachkontext, so handelt es sich im Mathematikunterricht um die sog. mathematikspezifische Bildungssprache (Gellert, 2008). Um die Bildungssprache als solche erkennen zu können, stellen Morek und Heller (2012) in Abb. 2 eine Liste mit Merkmalen auf.

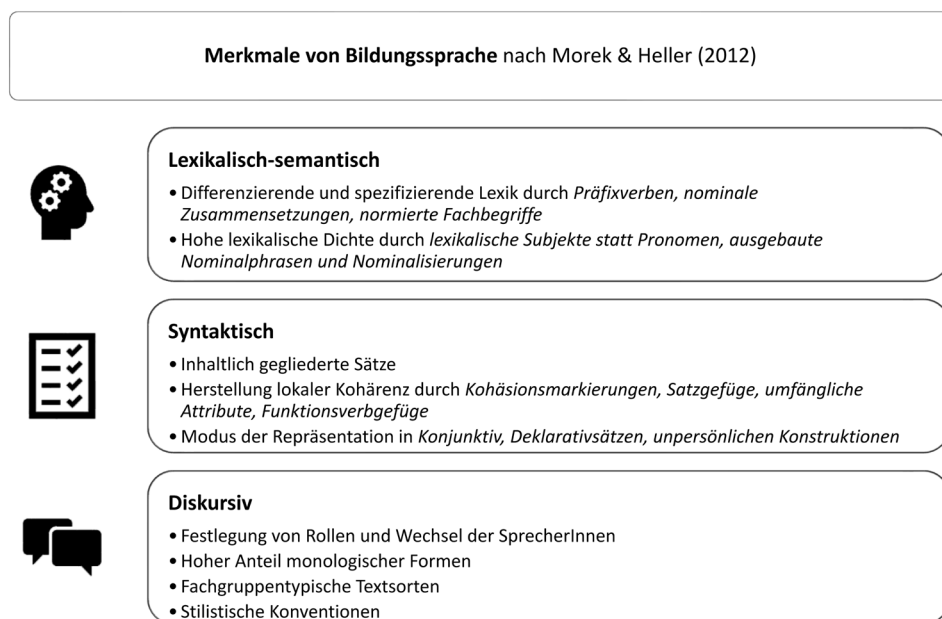


Abb. 2: Merkmale der Bildungssprache nach Morek und Heller (2012) (eigene Darstellung)

Bildungssprache zeichnet sich im lexikalisch-semantischen Bereich in Anlehnung zur bereits erwähnten Fachsprache durch eine hohe Informationsdichte aus. Diese wird unter anderem durch Komposita, Fachbegriffe oder Nominalisierungen erzeugt, so dass der Inhalt präzise mithilfe weniger Worte übermittelt werden kann. Auf Syntaxebene beinhaltet die Bildungssprache klar gegliederte Aussagesätze. Mithilfe von Konjunktionen lassen sich beispielsweise Zusammenhänge darstellen. Auch unpersönliche Passivkonstruktionen sind als syntaktisches Merkmal der Bildungssprache zu finden. Als diskursives Kennzeichen ist die klare Rollenverteilung beim Sprechen zu nennen, wenn man beispielsweise an eine Unterrichtssituation zwischen Lehrkraft und SchülerInnen denkt. Neben mündlichen Vorträgen sind auch schriftliche Aufsätze häufig anzutreffen. Diese unterscheidet man hinsichtlich ihrer Textsorte, z. B. Erörterung oder Bericht,

die wiederum jeweils spezifische Anforderungen stellen. Beispielsweise ist auf Sachlichkeit zu achten oder ein logischer Aufbau erforderlich (Morek & Heller, 2012).

Um nun zu gliedern, welche Funktionen die Sprache vor dem Bildungskontext hat, nehmen Morek und Heller (2012) eine Dreiteilung vor. So verfügt die Bildungssprache über eine sozialsymbolische Funktion, da sie Türen öffnet oder schließt. Als epistemisch erweist sich die Bildungssprache dann, wenn sie als „Werkzeug des Denkens“ (Morek & Heller, 2012, S. 70) eingesetzt wird. Als letztes dient diese in ihrem kommunikativen Nutzen als Mittel, um Wissen weiterzugeben (Morek & Heller, 2012). Bildungssprache ist somit multifunktional und gerade deshalb auch für das Lernen entscheidend. Besondere Bedeutung zu deren Entwicklung und Anwendung erfahren bildungssprachliche Praktiken im Unterricht, indem kommunikative Aufgaben wie beispielsweise Erklären oder Argumentieren einbezogen und dadurch Gesprächsanlässe für die Anwendung der Bildungssprache ermöglicht werden (Morek & Heller, 2012, 2019). Denn bildungssprachliche Praktiken sind in drei Dimensionen eingebunden (Erath et al., 2018; Morek & Heller, 2012):

- *Kontextualisierung*: Sprachliches Handeln in Abhängigkeit von der Situation
- *Vertextung*: Nachvollziehbarer und gattungsgemäßer (entsprechend der Operatoren, z. B. argumentieren) Aufbau der eigenen sprachlichen Ausführungen
- *Markierung*: Verfügbarkeit spezifischer sprachlicher Formen passend zur jeweiligen Kontextualisierung und Vertextung

Mithilfe der bildungssprachlichen Praktiken wird ein sprachliches Setting geschaffen, in dem Bildungssprache im Schulkontext realisiert und der Forderung nach einer Sprachbildung nachgekommen werden kann (Feilke, 2019; Gellert, 2008; Lange, 2012). So begeben sich die Kinder auf den Weg „Von ‚Schülerisch‘ zu Bildungssprache“ (Lange, 2012, S. 123).

### 1.3 Aufbau der Arbeit

Nach dieser *Hinführung* in *Kapitel 1* erfolgt in *Kapitel 2* die *theoretische Erarbeitung*. In Abb. 3 sind die Bausteine der Theorie aufgeführt.

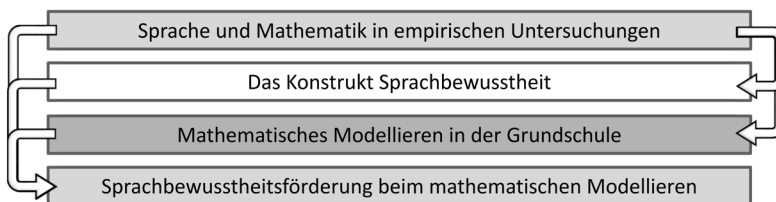


Abb. 3: Aufbau der theoretischen Erarbeitung von *mathematische Modellierungskompetenz sprachbewusst fördern*

Zunächst werden empirische Ergebnisse gesammelt, die einen *Zusammenhang zwischen Sprache und Mathematik* aufzeigen. Hierfür werden neben großen Studien auch kleiner angelegte Durchführungen berücksichtigt. Neben grundschulspezifischen Untersuchungen fließen auch Erhebungen aus dem Elementar- und Sekundarbereich ein. Im Anschluss wird der Fokus auf die Sprache gerichtet. Dabei wird das *Konstrukt der Sprachbewusstheit* genauer erarbeitet, indem

zunächst eine Begriffsklärung stattfindet. Außerdem wird geklärt, wie sich Sprachbewusstheit erheben lässt und wie diese beeinflusst werden kann bzw. auf andere Größen Einfluss nimmt. Der folgende Teil widmet sich nun der Mathematik und beschäftigt sich mit dem *mathematischen Modellieren* in der Grundschule. Dazu werden die mathematischen Kompetenzen aufgegriffen, die anschließend auf die Modellierungskompetenz ausgerichtet werden. Diese wird im Hinblick auf Definitionen, empirische Ergebnisse und Modelle erarbeitet. Abschließend werden die beiden zuvor separat betrachteten Elemente vereinigt. So schließt die *Sprachbewusstheitsförderung beim mathematischen Modellieren* die theoretische Erarbeitung ab. In diesem Unterkapitel wird der Zusammenhang zwischen Sprachbewusstheit und mathematischer Modellierungskompetenz hergeleitet und fundiert. Außerdem wird die Steuerung kognitiver Vorgänge als ein Element der Sprachbewusstheit fokussiert, um die Fördermöglichkeiten im Mathematikunterricht zu konkretisieren. Zuletzt werden die Kennzeichen einer Sprachbewusstheitsförderung im Mathematikunterricht vorgestellt.

**Kapitel 3** beinhaltet die *Forschungsdiesiderata* und die sich daraus ergebenden *Forschungsfragen* der vorliegenden Arbeit. Zur Klärung dieser Forschungsfragen wird in **Kapitel 4** die Mixed-Methods-Interventionsstudie in ihrer *Anlage* und den verwendeten quantitativen sowie qualitativen *Erhebungsverfahren* beschrieben. Außerdem bildet die *Datenauswertung* den Abschluss des Kapitels.

**Kapitel 5** dient als *Zusammenfassung* der Studie in ihrer *Anlage* und den *erzielten Ergebnissen* und bildet somit die Grundlage für die *Diskussion* in **Kapitel 6**, wobei die *quantitativen, qualitativen und methodenkombinierten Erkenntnisse* sowie das *methodische Vorgehen* kritisch betrachtet werden.

Den Abschluss bildet das Fazit in **Kapitel 7**, das den *Ertrag der Arbeit* darstellt sowie einen *Ausblick auf weitere Forschung* gibt.



Das Interesse des Mamola-Projekts (Mathematical Modelling and Language Awareness) liegt in der Sprachbewusstseitsförderung für den Mathematikunterricht der Grundschule, wobei konkret das mathematische Modellieren fachlich sowie didaktisch aufbereitet und beforscht wird. Es gilt übergreifend zu untersuchen, wie sich ein unterschiedlich hoher Grad an Sprachbewusstseitsförderung auf die mathematische Modellierungskompetenz von Grundschulkindern auswirkt. Dafür werden zur Förderung der Sprachbewusstheit die Designprinzipien Scaffolding, Formulierungsvariation, (korrekatives) Feedback sowie Selbstreflexion herausgearbeitet und für den Fachunterricht an der Grundschule angepasst. Die Ergebnisdarstellung beruht auf einer Mixed-Methods Interventionsstudie mit insgesamt 228 SchülerInnen aus zehn Klassen in Jahrgangsstufe 3, die in zwei Experimentalgruppen eingeteilt sind. Neben quantitativen Tests werden auch qualitative Daten aus Interviews zur Erfassung der Sprachbewusstheit mithilfe von Sprachwitzen vorgestellt.



#### Die Autorin

**Daniela Balk, Dr.**

2014 bis 2018 Studium des Lehramts für Grundschulen an der Universität Regensburg mit Unterrichtsfach Mathematik; 2018 Erstes Staatsexamen; 2018 bis 2020 Vorbereitungsdienst für das Lehramt an Grundschulen; 2020 Zweites Staatsexamen; Seit 2020 Wissenschaftliche Mitarbeiterin am Lehrstuhl für allgemeine Grundschulpädagogik und Grundschuldidaktik (Prof. Dr. Astrid Rank) an der Universität Regensburg.

978-3-7815-2654-9

